TRAITÉ PRATIQUE

DES

PONTS MÉTALLIQUES

ANGERS, IMPRIMERIE A. BURDIN ET Cie, RUE GARNIER, 4.

TRAITÉ PRATIQUE

DES

PONTS MÉTALLIQUES

CALCUL DES POUTRES ET DES PONTS

PAR LA MÉTHODE ORDINAIRE ET PAR LA STATIQUE GRAPHIQUE

PAR

M. PASCAL

INGÉNIEUR

Ancien élève de l'École d'Arts et Métiers d'Aix.

AVEC 106 FIGURES DANS LE TEXTE ET UN ATLAS DE 12 PLANCHES

PARIS

LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE BAUDRY ET Cie, ÉDITEURS

15, RUE DES SAINTS-PÈRES, 15

MÊME MAISON A LIÈGE, RUE LAMBERT-LEBÈGUE, 19

1887

Tous droits réservés.

PRÉFACE

Les ouvrages s'occupant de résistance de matériaux, sont très nombreux, mais souvent trop théoriques.

Il nous a paru utile de préparer un traité pratique, s'occupant spécialement du calcul des poutres et des ponts métalliques, dans lequel les formules puisées à des ouvrages très sérieux sont appliquées pratiquement. Dans ce traité, nous avons réuni une grande somme de données pratiques, qui sont le résultat de l'expérience que nous avons acquise pendant douze ans passés dans les études et la construction des ponts métalliques. Nous croyons avoir ainsi économisé beaucoup de temps et de travail à ceux qui s'occupent de ces études.

L'ouvrage que nous publions aura un caractère de nouveauté parce que les calculs de la plupart des poutres ont été présentés par la méthode ordinaire et par la Statique graphique, laissant ainsi le choix de l'une ou de l'autre méthode. Il s'adresse tout particulièrement aux Constructeurs, aux jeunes Ingénieurs, aux conducteurs et aux

Employés des Ponts et Chaussées, aux jeunes gens qui sortent des Écoles d'Arts et Métiers, aux Dessinateurs, à tous ceux dont le temps est trop précieux pour le perdre en recherches laborieuses dans de nombreux ouvrages qui sont souvent trop coûteux. Nous espérons qu'après avoir lu notre travail, ils seront à même de produire rapidement les projets et les calculs des poutres et des ponts métalliques.

M. P.

Octobre 1886.

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION

Formules usuelles de flexion des poutres, poutres reposant sur deux appuis ; poutres encastrées. 2
Tableau des résistances à la traction de divers matériaux. . . . 8
Circulaire ministérielle du 9 juillet 1877, relative aux épreuves à faire subir aux ponts métalliques 9

PREMIÈRE PARTIE

CALCUL DES PONTS MÉTALLIQUES A UNE SEULE TRAVÉE

Ponts pour routes.

Disposition de deux chariots qui se croisent sur une chaussée. . 17
Projet d'un pont métallique droit de 8 mètres d'ouverture, pour une route de 4 mètres de largeur. 17
Résistance des voûtes en briques employées dans les ponts pour routes 23
Projet d'un pont biais à 35° de 8 mètres d'ouverture droite pour une route de 5 mètres de largeur 25
Résistance des tôles emboties employées pour supporter la chaussée. 26
Tracés rapides et pratiques de la parabole. 32
Calcul des plaques d'appui. 35

Ponts supportant des voies ferrées.

Tablier métallique à poutres jumelées pour pont de 8 mètres d'ouverture. 36
Pont métallique de 18 mètres d'ouverture avec poutres en treillis. 43
Calcul des treillis 47
Treillis travaillant à la tension, treillis travaillant à la compression. 52
Poids du métal pour la superstructure des ponts métalliques . . . 55
Poids des poutres en treillis 56

DEUXIÈME PARTIE

CALCUL DES PONTS MÉTALLIQUES A PLUSIEURS TRAVÉES

Formules Clapeyron 58
Pont à deux travées, de $74^{m},05$ d'ouverture totale, portant deux voies ferrées. 60
Calcul des poutres 67

Construction des épures de flexion 71
Calcul des treillis. 76
Travail des rivets. 78
Détermination du diamètre des rouleaux de dilatation. 80
Pont à trois travées, de 140m,85 d'ouverture totale, pour une route de 5 mètres de largeur, trottoirs non compris. 84
Dispositions des attelages pour chariots de 11 à 16 tonnes servant à déterminer la surcharge sur le tablier. 89
Détermination des moments fléchissants et des efforts tranchants. 91
Calcul des appuis. 99
Formules pour calcul de ponts à un nombre quelconque de travées. 102
Liste et description des plus grands ponts métalliques du monde. 104

TROISIÈME PARTIE

APPLICATION DE LA STATIQUE GRAPHIQUE ET DE L'ARITHMOGRAPHIE AU CALCUL DES POUTRES ET DES PONTS MÉTALLIQUES

. 107
Applications arithmographiques 108
Applications élémentaires de la statique graphique à la composition et à la décomposition des forces. 109
Recherches des moments fléchissants produits dans des poutres chargées d'une manière quelconque 113
Calcul des poutres du premier projet de ponts métallique, recherche du travail du métal. 119
Application au deuxième projet 123
Application au troisième projet 126
Application au quatrième projet, calcul des treillis. 128
Application de la statique graphique à la recherche du centre de gravité des figures. 130

QUATRIÈME PARTIE

RENSEIGNEMENTS GÉNÉRAUX

Formules des moments d'inertie des sections les plus usuellement employées dans les poutres. 134
Tables rapides des rapports $\frac{I}{V}$ pour poutres composées d'une âme et de quatre cornières ou pour poutres en treillis 138
Manière de se servir de ces tables. 142
Classification des fers du Creusot 145
Métré d'un pont métallique. 146

INTRODUCTION

MANIÈRE DONT SE COMPORTENT LES CORPS SOUMIS A DES EFFORTS DE FLEXION

Lorsqu'un solide encastré par une de ses extrémités, ou posé librement sur deux appuis, est soumis à l'action d'une ou de plusieurs forces qui le font fléchir, on remarque que les fibres ou files de molécules situées du côté de la face concave sont raccourcies, tandis que les fibres situées du côté de la face convexe sont allongées. Ces effets opposés de raccourcissement et d'allongement allant en augmentant de l'intérieur à l'extérieur du corps, il existe nécessairement à l'intérieur une couche de fibres dont la longueur n'a pas varié, on lui donne le nom de *couche des fibres neutres.*

On remarque aussi que les diverses sections transversales du solide prismatique, d'abord perpendiculaires à sa longueur avant la flexion, se trouvent encore, après la flexion, normales à cette longueur. D'où l'on induit que toute section du solide subit, durant la flexion, un mouvement de rotation autour d'une droite qui est l'intersection de la couche des fibres neutres et de la section considérée. Pendant cette rotation, les fibres situées du côté de la convexité, subissent des efforts

d'extension, sous l'action desquels elles s'allongent et présentent des résistances précisément égales à ces efforts, tandis que les fibres situées du côté de la concavité du solide subissent des efforts de compression sous l'action desquels elles se raccourcissent en opposant des résistances égales à ces efforts de compression.

Ainsi, comme on le voit, la résistance à la flexion se compose de deux résistances combinées, l'une à la traction, l'autre à la compression, et le moment statique ou *moment fléchissant* des forces qui tendent à produire la flexion du solide, par rapport à l'axe des fibres neutres, doit toujours faire équilibre au moment résistant de la pièce, tant qu'on ne dépasse pas la limite d'élasticité.

Voici les principales formules déterminant les moments fléchissants développés dans un solide, selon les conditions de la distribution des forces auxquelles il est soumis, et selon qu'il est encastré par une de ses extrémités, ou par ses deux extrémités, ou qu'il repose simplement sur ses deux appuis.

Solide reposant sur deux appuis de niveau et soumis :

1° *A une charge uniformément répartie* p *par mètre courant.*
Moment fléchissant en A :

$$M = \frac{pl}{2}x - \frac{px^2}{2} \qquad \text{ou} \qquad \frac{1}{2}px(l-x).$$

Flèche en A

$$f = \frac{pl}{EI}\left(\frac{x^3}{12} - \frac{l^2x}{24} - \frac{x^4}{24l}\right).$$

Au milieu

$$x = \frac{l}{2} \qquad \text{d'où :} \qquad M = \frac{1}{2}pl\left(\frac{l}{2} - \frac{l}{4}\right) = \frac{pl^2}{8}$$

et la flèche au milieu devient :

$$f_m = \frac{pl^4}{384\,EI} \qquad \text{(1)}$$

2° *A une charge unique* P *déterminée de position.*

Moment en A

$$M = P\left(\frac{l-x}{l}\right)x = \frac{Px}{l}(l-x).$$

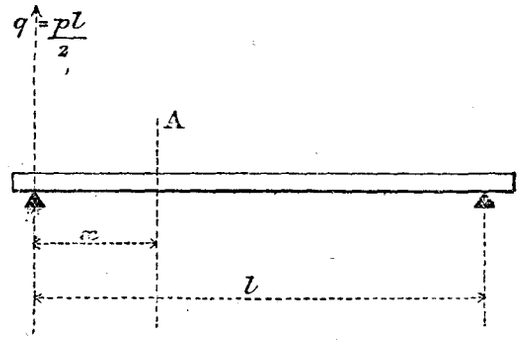


Fig. 1.

Flèche en A

$$f = \frac{P}{EI} \times \frac{x^2(l-x)^2}{3l}.$$

Au milieu on a

$$x = \frac{l}{2} \qquad \text{d'où} \qquad M = \frac{Pl}{4}$$

et la flèche au milieu devient

$$f_m = \frac{Pl^3}{48\,EI} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

S'il y avait en outre une charge uniformément répartie p *par mètre courant :*

Moment en A :

$$M = \frac{P}{l}(lx - x^2) + \frac{1}{2}p(lx - x^2) = \left(\frac{P}{l} + \frac{p}{2}\right)(lx - x^2).$$

Si la charge P *était au milieu,*

Le moment au milieu serait :

$$M = \frac{Pl}{4} + \frac{pl^2}{8}$$

et la flèche totale serait égale à la somme des flèches (1) et (2)

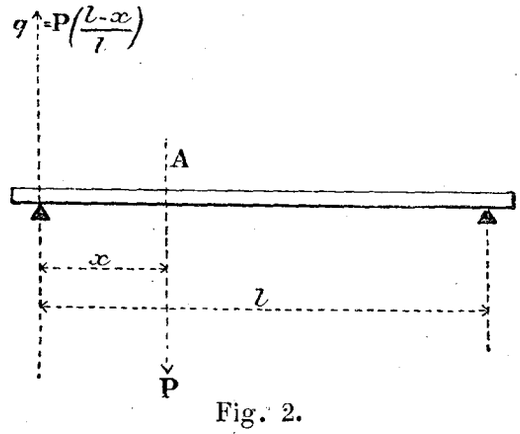


Fig. 2.

3° *S'il y avait deux charges* P *et* P *agissant sur le solide et déterminées de positions :*

$$q = P\frac{x}{l} + P'\frac{x'}{l} = \frac{Px + P'x'}{l}$$

Le moment en B serait :

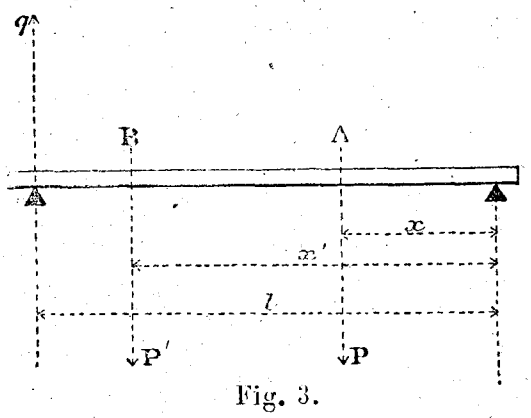


Fig. 3.

$$M = q(l-x') = \frac{Px + P'x'}{l}(l-x')$$

Et s'il y avait, en outre, une charge uniformément répartie p :

On aurait en B :

$$M = \frac{Px + P'x'}{l}(l-x') + \frac{pl}{2}(l-x') - \frac{p}{2}(l-x')^2.$$

Et si $P = P'$ et sont également distants des appuis, que $x = l - x'$, alors :

Le moment au milieu serait :

$$M = Px + \frac{pl^2}{8},$$

et la flèche au milieu

$$f_m = \frac{5pl^4}{384\,EI} + \frac{Pl^3}{3\,EI} + \frac{Px(l-2x)}{8\,EI}.$$

4° *Solide encastré à une de ses extrémités, l'autre extrémité est libre et porte un poids* P.

Moment en A :

$$M = Px$$

Flèche en A :

$$f = \frac{P}{EI}\left(\frac{l^2x}{2} - \frac{x^3}{6}\right).$$

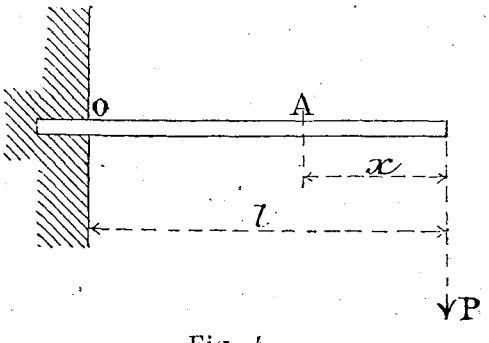


Fig. 4.

Moment à l'encastrement *o* :

$$M = Pl$$

Flèche maximum à l'extrémité B :

$$f_m = \frac{Pl^3}{3EI}.$$

5° *Poutre encastrée à une extrémité libre à l'autre et uniformément chargée d'un poids* p *par mètre courant.*

Moment en A :

$$M = px \times \frac{x}{2} = \frac{px^2}{2}.$$

Flèche en A

$$f = \frac{pl}{EI}\left(\frac{l^2x}{6} - \frac{x^4}{24}l\right)$$

Moment à l'encastrement *o* :

$$M = \frac{pl^2}{2}.$$

Flèche totale à l'extrémité B :

$$f_m = \frac{pl^4}{8EI}.$$

Poutre doublement encastrée et

1° *Chargée d'un poids* P *agissant au milieu de la portée.*

Moment en A :

$$M = \frac{Px}{2} - \frac{Pl}{8}.$$

Flèche en A :

$$f = \frac{P}{EI}\left(\frac{3lx^2 - 4x^3}{48}\right).$$

Moment au milieu :

$$M = \frac{Pl}{8}.$$

Pour $x = \frac{l}{4}$ on a $M = 0$

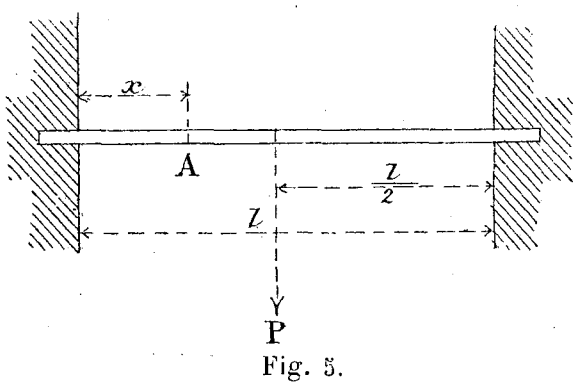


Fig. 5.

Flèche au milieu :

$$f_m = \frac{Pl^3}{192EI}$$

2° *Soumise à une chnrge unique uniformément répartie* p *par mètre courant.*

Moment en A :

$$M = \frac{pl^2}{2}\left(\frac{1}{6} - \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2}\right).$$

Flèche en A :

$$f = \frac{P}{EI}\left(\frac{lx^2 - 2x^3}{24} + \frac{x^4}{24l}\right).$$

Moment au milieu :

$$M = \frac{pl^2}{24}.$$

Moment à l'encastrement :

$$M = -\frac{pl^2}{12} \quad \text{pour} \quad x = 0{,}2121 \quad M = 0.$$

Flèche au milieu :

$$f_m = \frac{pl^4}{384EI}.$$

Poutre encastrée à une de ses extrémités, supportée librement à l'autre, et chargée d'un poids P *au milieu de sa portée.*

Moment en A :

$$M = \frac{5}{16} Px.$$

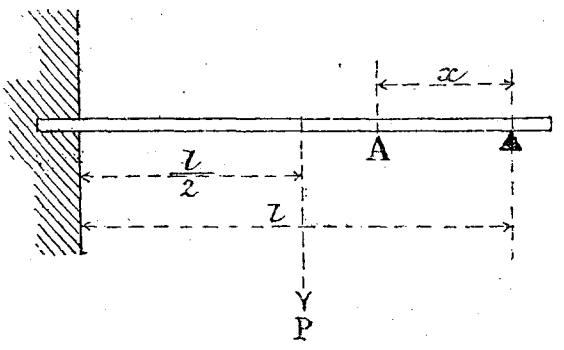


Fig. 6.

Moment au milieu de la portée :

$$M = \frac{5}{32} Pl.$$

Flèche au milieu de la portée :

$$f = \frac{P}{EI} \times \frac{7l^3}{768}.$$

Flèche maximum dans le courant de la poutre.

$$f_m = \sqrt{\frac{1}{5}} \times \frac{Pl^3}{48EI} \quad \text{pour} \quad x = l\sqrt{\frac{1}{5}}.$$

Le même solide est soumis à une charge unique de p *kg. par mètre courant.*

Moment en A :

$$M = \frac{plx}{2}\left(\frac{3}{4} - \frac{x}{l}\right) = \frac{3plx}{8} - \frac{px^2}{2}.$$

Moment au milieu :

$$M = \frac{pl^2}{16}.$$

Moment à l'encastrement :

$$M = -\frac{pl^2}{8}.$$

Flèche au milieu :

$$f = \frac{pl^4}{192\,EI}.$$

On a enfin la formule générale d'application :

$$M = \frac{RI}{v} \qquad \text{d'où l'on tire :} \qquad R = \frac{M}{\frac{I}{v}}$$

Dans toutes les formules qui précèdent :

M — Représente la somme des moments des forces qui tendent à produire la flexion ou la compression des fibres dans la section que l'on considère, c'est le moment de rupture.

I — Moment d'inertie de la section, pris par rapport à l'axe passant par le centre de gravité de la figure ; il est égal à $Sv^2 d\omega$, c'est-à-dire à la somme des produits des divers éléments $d\omega$ qui composent la section de rupture, par le carré de la distance variable v de chaque élément à l'axe passant par le centre de gravité.

$\frac{I}{v}$ — Est le rapport du moment d'inertie de la section, à la distance de la fibre la plus éloignée de son centre de gravité. (Voir tableaux des moments d'inertie à la fin de l'ouvrage.)

$\frac{RI}{v}$ — Moment de résistance de la pièce.

R — Charge par mètre carré qu'on peut appliquer avec sécurité à la tension ou à la compression des fibres qui composent la section considérée. (Voir ci-dessous.)

E — Module d'élasticité du métal. (Voir tableau ci-après.)

Tels sont les éléments au moyen desquels on peut calculer les dimensions d'une poutre de section quelconque, placée dans l'une des conditions indiquées ci-devant.

Tableau des résistances à la traction de divers matériaux.

MATÉRIAUX	CHARGE par millimètre carré qu'on peut appliquer avec sécurité	CHARGE par millimètre carré qui commence à altérer l'élasticité	CHARGE par millimètre carré qui produit la rupture	COEFFICIENT d'élasticité E en kilogrammes par millimètre carré
MÉTAUX	kilog.	kilog.	kilog.	
Fer forgé de grosseur moyenne et de bonne qualité.....	6,00	11 à 18,00	34,00	19000
Fil de fer de 3 millim. de diamètre non recuit	9,00	18,00	70,00	19000
Acier extra doux.....	7,00	22,80	40,00	22000
Acier très doux.....	7,50	25,50	44,00	22000
Acier doux	9,00	31,00	54,00	22000
Acier dur.....	10,50	35,50	64,00	22000
Acier très dur.....	12,00	39,50	74,00	22000
Acier extra dur.	13,50	42,50	84,00	22000
Acier fondu.....	18,00	»		30000
Fil d'acier.	»	»	130 à 140,00	»
Fonte grise ordinaire...	2,50	6,00	12,00	9000
Fers laminés pour constructions métalliques.	6,00	16,00	37,80	16000
BOIS				
Teak.....	1,00	»	11,00	1600
Chêne de bonne qualité.	0,75	»	7,50	1100
Chêne de bonne qualité, perpendiculairement aux fibres.....	0,17	»	1,70	»
Pin.....	0,75	»	7,50	1400
Sapin jaune ou blanc..	0,40	»	4,00	900
Orme.....	0,70	»	7,00	100

DES PONTS MÉTALLIQUES

L'établissement des ponts métalliques est soumis, en France, au contrôle des ponts et chaussées; une récente circulaire ministérielle, que nous reproduisons ci-dessous, en règle les dispositions principales, et prescrit, avant de livrer ces ponts à l'exploitation, de leur faire subir des épreuves proportionnelles aux surcharges indiquées dans la circulaire, afin de s'assurer de leur résistance.

CIRCULAIRE MINISTÉRIELLE DU 9 JUILLET 1877

RELATIVE AUX ÉPREUVES DES PONTS MÉTALLIQUES

« Monsieur le Préfet,

« Une circulaire ministérielle du 26 février 1858 a réglé les épreuves à faire subir aux ponts métalliques supportant les voies de chemins de fer. Une autre circulaire du 15 juin 1869 a déterminé les épreuves auxquelles seront soumis les ponts métalliques destinés aux voies de terre.

« Diverses observations ont été soumises à l'administration, au sujet des épreuves de ces ouvrages, et l'un de mes prédécesseurs, après avis du Conseil général des ponts et chaussées, a chargé une commission spéciale, composée d'Inspecteurs généraux et d'Ingénieurs des ponts et chaussées, d'examiner les modifications dont pourraient être susceptibles les dispositions énoncées dans les deux circulaires précitées.

« Sur le rapport de cette commission, le Conseil général des ponts et chaussées a été d'avis, Monsieur le Préfet, et j'ai reconnu avec lui que les ponts métalliques doivent satisfaire aux conditions ci-après :

Ponts supportant des voies en fer.

Article premier

« Les ponts à travées métalliques qui portent des voies de fer devront être en état de livrer passage à toutes les machines et à tous les trains autorisés à circuler sur le Réseau auquel ils appartiennent.

Article 2

« Les dimensions des pièces métalliques des travées seront calculées de telle sorte que, dans la position la plus défavorable des surcharges que l'ouvrage peut avoir à supporter, le travail du métal, par millimètre carré de section, soit limité, savoir :

« *A Un kilogramme et demi pour la fonte travaillant à l'extension directe ;*

« *A Trois kilogrammes pour la fonte travaillant à l'extension dans une pièce fléchie ;*

« *A Cinq kilogrammes pour la fonte travaillant à la compression, soit directement, soit dans une pièce fléchie ;*

« *A Six kilogrammes pour le fer forgé ou laminé, tant à l'extension qu'à la compression.*

« Toutefois, l'Administration se réserve d'admettre des limites plus élevées pour les grands ponts, lorsque des justifications suffisantes seront produites, en ce qui touche les qualités des matières, les formes et les dispositions des pièces.

Article 3

« Les auteurs des projets de travées métalliques devront justifier, par des calculs suffisamment détaillés, qu'ils se sont conformés aux prescriptions de l'article précédent.

« En ce qui concerne les fermes longitudinales, ils pourront admettre l'hypothèse de surcharges uniformément réparties. Dans ce cas, ces surcharges, par mètre courant de simple voie, seront réglées conformément au tableau suivant :

Surcharges pour ponts supportant des voies ferrées.
Par mètre courant de simple voie

PORTÉES des poutres	SURCHARGES uniformément réparties	PORTÉES des poutres	SURCHARGES uniformément réparties	PORTÉES des poutres	SURCHARGES uniformément réparties	PORTÉES des poutres	SURCHARGES uniformément réparties
Mètres	kilog.	Mètres	kilog.	Mètres	kilog	Mètres	kilog.
2	12000	10	7300	18	5200	50	3900
3	10500	11	6900	19	5000	55	3800
4	10200	12	6500	20	4900	60	3700
5	9800	13	6200	25	4500	70	3500
6	9500	14	5900	30	4300	80	3400
7	8900	15	5700	35	4200	90	3300
8	8300	16	5500	40	4100	100	3200
9	7800	17	5400	45	4000	125	3100
						150 et au delà	3000

NOTA. — Les surcharges correspondantes à des portées intermédiaires à celles qui sont indiquées ci-dessus, seront déterminées par voie d'interpolation.

« Les dimensions des pièces qui ne font pas partie des fermes longitudinales, et notamment celles des pièces de pont, seront calculées d'après les plus grands efforts qu'elles peuvent avoir à supporter.

ARTICLE 4

« Chaque travée métallique sera soumise à deux natures d'épreuves, l'une par poids mort, l'autre par poids roulant.

« Ces épreuves s'opéreront au moyen de trains d'essai composés de machines-locomotives et de wagons à marchandises.

« Pour les ponts à travées indépendantes, la longueur du train d'essai, mesurée entre les deux essieux extrêmes, devra être au moins égale à celle de la plus grande des travées à éprouver.

« Pour les ponts à travées solidaires, le train d'essai devra être assez long pour couvrir les deux plus grandes travées consécutives.

« Le poids total du train d'essai devra être au moins égal à celui d'un train de même longueur, qui serait composé d'une locomotive pesant, avec son tender, *soixante-douze tonnes*, et d'une suite de wagons pesant chacun *quinze tonnes*.

« Il sera procédé à l'épreuve par poids mort de la manière suivante :

« Pour les ponts à travées indépendantes, le train d'essai sera amené successivement sur chaque travée, de manière à la couvrir en entier.

« Il séjournera, dans chacune de ces positions, au moins pendant deux heures après que les tassements auront cessé de se manifester dans le tablier.

« Pour les ponts à travées solidaires, chaque travée sera d'abord chargée isolément comme il vient d'être dit. A cet effet, le train d'essai sera coupé de façon que la longueur de la partie antérieure ne dépasse pas sensiblement celle de la plus grande travée; ensuite, on chargera simultanément les deux travées contiguës à chaque pile, à l'exclusion de toutes les autres, au moyen du train d'essai tout entier.

« Les travées dont les tabliers sont supportés par des arcs métalliques seront d'abord chargées sur la totalité de leur portée et ensuite sur chaque moitié seulement.

« Les épreuves par poids roulant seront au nombre de deux.

« La première aura lieu avec le train d'essai qu'on fera passer sur le pont à la vitesse de 25 kilomètres par heure au moins.

« La seconde, se fera au moyen d'un train composé, quant au poids des véhicules, comme les trains de voyageurs les plus lourds, dont la circulation est à prévoir, et ayant une longueur au moins égale à celle de la plus grande des travées à éprouver. Ce train marchera avec des vitesses de 35 et de 50 kilomètres à l'heure.

« Toutefois, la partie de l'épreuve relative à la circulation en grande vitesse, pourra être ajournée jusqu'à l'époque où la voie aux abords du pont sera parfaitement consolidée.

« Les prescriptions qui viennent d'être formulées, s'appliquent aux ponts à une seule voie, ainsi qu'aux ponts à deux voies indépendantes, dont chacune sera éprouvée séparément.

« Pour les ponts à deux voies solidaires entre elles, l'épreuve par poids mort se fera d'abord sur chaque voie séparément, l'autre restant libre, puis sur les deux voies simultanément.

« Il en sera de même pour l'épreuve par poids roulant. L'épreuve simultanée des deux voies se fera, dans ce cas, au moyen de deux trains marchant dans le même sens, aux vitesses fixées ci-dessus.

« Les dispositions de détail des épreuves seront réglées dans chaque cas particulier par les Ingénieurs en chef du contrôle de la construction et de l'exploitation du chemin de fer, de concert avec la Compagnie concessionnaire.

ARTICLE 5

« La mise en circulation, sur le tablier du pont, de locomotives dont le poids, tender compris, dépasserait notablement soixante-douze tonnes, ne pourra avoir lieu qu'en vertu d'une autorisation spéciale du Ministre des travaux publics.

ARTICLE 6

« Lorsque le poids du matériel roulant destiné à circuler sur le pont sera notablement inférieur à celui qui correspond au train d'essai défini à l'article 4, l'administration supérieure décidera dans quelles mesures les indications données dans cet article et dans l'article 3, pourront être modifiées.

ARTICLE 7

« Elle se réserve, d'ailleurs, d'apprécier les cas exceptionnels qui pourraient motiver des dérogations quelconques aux prescriptions du présent Règlement. »

Ponts supportant des voies de terre.

ARTICLE PREMIER

« Les ponts à travées métalliques, dépendant des voies de terre, devront être en état de livrer passage à toute voiture dont la circulation est autorisée par le Règlement du

10 août 1852 sur la police du roulage et des messageries, c'est-à-dire aux voitures attelées au maximum de cinq chevaux, si elles sont à deux roues, et de huit chevaux si elles sont à quatre roues.

ARTICLE 2

« Les dimensions des pièces métalliques des travées seront calculées de telle sorte que, dans la position la plus défavorable des surcharges que l'ouvrage peut avoir à supporter, et notamment sous l'action des épreuves prescrites par l'article 3, le travail du métal par millimètre carré de section soit limité, savoir :

« *A Un kilogramme et demi pour la fonte travaillant à l'extension directe ;*

« *A Trois kilogrammes pour la fonte travaillant à l'extension dans une pièce fléchie ;*

« *A Cinq kilogrammes pour la fonte travaillant à la compression, soit directement, soit dans une pièce fléchie ;*

« *A Six kilogrammes pour le fer forgé ou laminé, tant à l'extension qu'à la compression.*

« Toutefois, l'administration se réserve d'admettre des limites plus élevées pour les grands ponts, lorsque des justifications suffisantes seront produites en ce qui touche les qualités des matières et les dispositions des pièces.

ARTICLE 3

« Dans les calculs de stabilité des travées, on admettra que le poids des plus lourdes voitures, véhicules et chargements, s'élève à *Onze tonnes* si elles sont à deux roues, et à *Seize tonnes* si elles sont à quatre roues, l'écartement des essieux étant d'ailleurs, pour ces dernières, fixé à trois mètres.

« Dans les localités où ces poids seraient exagérés, ils pourront être réduits, eu égard aux circonstances locales, sans que, dans aucun cas, le poids du véhicule et de son chargement puisse être inférieur à *Six tonnes* pour les voitures à deux roues et à *Huit tonnes* pour les voitures à quatre roues, sur les routes soumises à la police du roulage.

« En ce qui concerne le calcul des fermes longitudinales, on admettra pour la voie charretière celle des deux combinai-

sons de poids suivantes, qui fera subir à ces fermes la plus grande fatigue eu égard à leur portée, savoir : une surcharge uniformément répartie et évaluée à raison de 300 kilog. par métre carré, ou bien une surcharge composée d'autant de voitures, ayant les poids ci-dessus fixés, que le tablier pourra en contenir avec leurs attelages, sur le nombre de files que comporte la largeur de voie. On fera d'ailleurs le choix entre les voitures à deux et à quatre roues, de manière à obtenir le plus grand travail du métal, et l'on supposera qu'une file de voitures occupe une zone de $2^{m},50$ de largeur. Dans les deux cas, les trottoirs seront censés porter une surcharge de 300 kil. par mètre carré.

« Les dimensions des pièces qui ne font point partie des fermes longitudinales, notamment celles des pièces de pont, seront calculées d'après les plus grands efforts qu'elles pourront avoir à supporter.

Article 4

« Chaque travée métallique sera soumise à deux natures d'épreuves : l'une par poids mort, l'autre par poids roulant.

« La première épreuve aura lieu au moyen d'une surcharge uniformément répartie de 300 kilogrammes par mètre carré de tablier, trottoirs compris. Cette charge devra demeurer en place pendant deux heures au moins après que les tassements auront cessé de se manifester dans le tablier.

« Si le pont se compose de plusieurs travées solidaires, chacune sera chargée d'abord isolément; puis, on chargera simultanément les travées contiguës à chaque pile, à l'exclusion de toutes les autres.

« Les travées, dont les tabliers sont supportés par des arcs métalliques, seront d'abord chargées sur la totalité de leur portée et ensuite sur chaque moitié seulement.

« On procédera à l'épreuve par poids roulant avec celles des voitures à deux roues ou à quatre roues qui, étant chargées, comme il est dit à l'article 3, produiront le plus grand effort, eu égard à l'ouverture de la travée. Cette épreuve sera réalisée en faisant passer au pas, sur le tablier de la travée, autant de voitures qu'il pourra en contenir, avec leurs atte-

lages, sur le nombre de files que comportera la largeur de la voie charretière.

« Pour les ponts à plusieurs travées solidaires, la longueur totale de chaque file de voitures devra embrasser la longueur totale des deux plus grandes travées consécutives.

« L'épreuve par poids mort, telle qu'elle est indiquée ci-dessus, n'est pas obligatoire pour les travées dont la portée ne dépasse pas 12 mètres. Mais pour les travées d'une portée moindre, on y suppléera en faisant stationner, pendant deux heures, au moins, sur le tablier, et de manière à le couvrir entièrement, l'ensemble des voitures destinées à l'épreuve par poids roulant.

ARTICLE 5

« Le passage sur le tablier du pont de chargements notablement supérieurs à ceux qui auront été adoptés dans les calculs relatifs à la stabilité de l'ouvrage, ne pourra avoir lieu qu'en vertu d'une autorisation spéciale donnée par le Préfet, conformément au Rapport de l'Ingénieur en chef du département.

ARTICLE 6

« L'administration supérieure se réserve d'apprécier les cas exceptionnels qui pourraient motiver des dérogations quelconques au présent règlement.

« Veuillez m'accuser réception de la présente circulaire dont j'envoie ampliation à MM. les Ingénieurs en chef et aux Compagnies de chemins de fer.

« Recevez, etc.

« *Le Ministre des Travaux publics,*

« Signé : PARIS. »

Nous allons passer immédiatement à l'application des formules qui précèdent, dans l'étude de projets de ponts métalliques exécutés sur les dessins des planches I, II, III, IV, V, VI, VII et VIII, conformément aux prescriptions de la Circulaire ministérielle ci-dessus.

PREMIÈRE PARTIE

CALCULS DE PONTS MÉTALLIQUES A UNE SEULE TRAVÉE

PONTS POUR ROUTES

Avant de commencer l'étude des ponts pour routes, nous croyons utile de donner, par le croquis ci-dessous, une idée des variations d'écartement des roues des chariots qu'on rencontre généralement dans le roulage, afin de faire connaître l'espace libre en largeur qu'il faut à un chariot passant sur une chaussée, ou à deux chariots qui se croisent sur un pont.

Disposition de deux chariots qui se croisent sur une chaussée

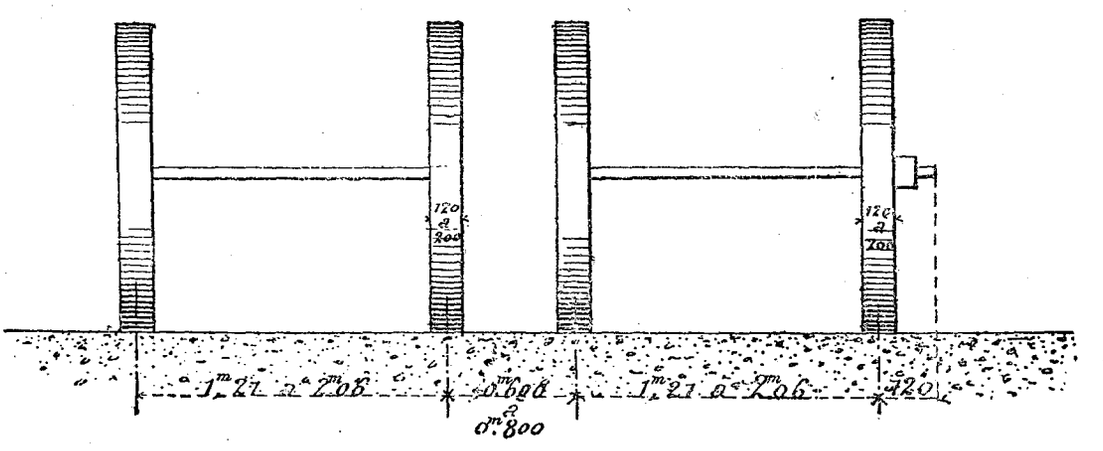


Fig. 7.

Projet d'un pont métallique droit de 8 mètres d'ouverture, pour une route de 4 mètres de largeur. (Pl. I.)

Le pont dont nous allons exposer les calculs est composé de deux poutres longitudinales de 0m,420 de hauteur totale, reliées entre elles par des entretoises supportant des voûtes

en briques de $0^m,22$ d'épaisseur, sur lesquelles repose la chaussée. Chaque trottoir est supporté par une tôle horizontale s'appuyant sur la poutre et sur un fer en ⊏ longitudinal, qui est monté sur des consoles rivées sur la face extérieure de la poutre et reçoit les montants du garde-corps.

Sur la dernière entretoise est rivée une tôle de 420×5 reposant sur la murette de la culée, pour empêcher l'empierrement de la chaussée de s'interposer entre cette murette et l'entretoise. L'about des poutres est garanti de la même manière contre l'envahissement du ballast.

Ceci étant compris, nous pouvons encore dire, pour la facilité de l'étude, que les chaussées des ponts-routes doivent avoir environ 10 à 30 millimètres de pente longitudinale et 20 à 30 millimètres de pente en travers.

Le trottoir n'a ordinairement que 10 millimètres de pente sur la chaussée.

Calcul des poutres longitudinales. — La portée des poutres se mesure de l'axe à l'axe des appuis, elle est ici de $8^m,60 = l$. — Comme il s'agit, dans ce cas, d'un chemin vicinal de petite largeur, il faut admettre que les véhicules chargés de 11000 kilogr. ne devront pas y circuler, et que la charge maxima du chariot soit de 9000 kilogr. La surcharge accidentelle produisant le plus grand moment fléchissant dans les poutres sera déterminée par le passage d'un chariot à deux roues chargé de 9000 kilogr., lorsque celui-ci est arrivé au milieu de la portée et qu'une de ses roues rase le trottoir. La poutre qui se trouve le plus près de la charge roulante est la plus fatiguée; d'après le croquis fig. 8 c'est celle de droite, c'est celle dont nons allons déterminer les dimensions.

La charge P produite par les deux roues du chariot sur cette poutre de droite est :

$$P = 4500 \times \frac{2,72}{3,06} + 4500 \times \frac{1,22}{3,06} = 5792 \text{ kilog.}$$

En outre de cette charge accidentelle de 5792 kilog. agissant au milieu de la portée, la poutre est soumise à une charge permanente qui provient du poids de la chaussée, et du poids propre du métal. Le poids de la chaussée se cube

assez exactement par mètre courant, d'après les dessins de la Pl. I ; quant au poids du métal, il s'établit d'après les dimensions qu'on donne aux pièces dans l'avant-projet, et d'après

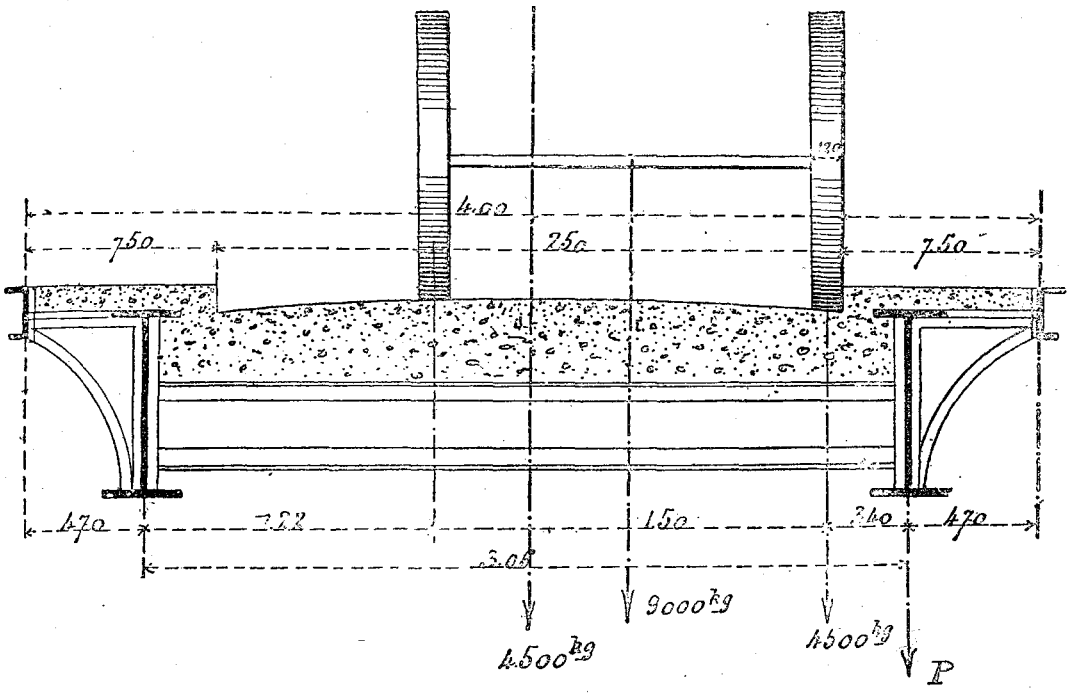


Fig. 8.

le métré définitif ; c'est là que le sentiment et l'expérience jouent un grand rôle. Nous conseillons cependant de se fixer à peu près aux données du Tableau pages 55 et 56.

La charge uniformément répartie par mètre courant de tablier se déterminera comme suit :

Ballast et voûtes	Chaussée et voûtes $0{,}570 \times 3{,}00 \times 1800 = 3078^{kg}$ Trottoirs $0{,}110 \times 0{,}95 \times 1800 = 188^{kg}$	3266^{kg}
Métal des poutres, entretoises, garde-corps, par mètre courant.		900
Total, par mètre courant de tablier		4166^{kg}

Nota. — 1800 kilog. est le poids moyen d'un mètre cube de ballast et de maçonnerie.

Et par mètre courant de poutre seule :

$$\frac{4166}{2} = 2083^{kg} = p.$$

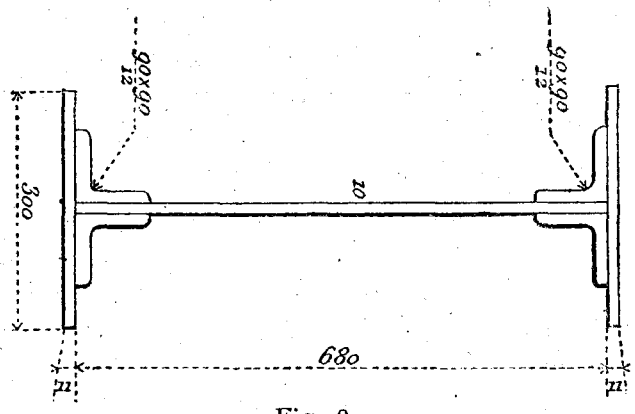


Fig. 9.

Le moment fléchissant total au milieu de la poutre de droite sera donc :

$$M = \frac{Pl}{4} + \frac{pl^2}{8} = \frac{RI}{v}$$

remplaçant

$$M = \frac{5792 \times 8,60}{4} + \frac{2083 \times \overline{8,60}^2}{8} = 31710.$$

La section de la poutre en son milieu est représentée par la figure n° 9, qui donne :

$$\frac{I}{v} = \frac{0,30 \times \overline{0,702}^3 - 0,11 \times \overline{0,68}^3 - 0,156 \times \overline{0,656}^3 - 0,024 \times \overline{0,50}^3}{6 \times 0,702}$$

$$\frac{I}{v} = 0,0054989$$

d'où l'application de la formule :

$$R = \frac{\frac{Pl}{4} + \frac{pl^2}{8}}{\frac{I}{v}} = \frac{31710}{0,0054989} = 5770000^{kg}.$$

par mètre carré de section, soit $5^{kg},77$ par millimètre carré.

Calcul des entretoises. — La portée d'une entretoise doit, pour le cas présent, se mesurer d'axe en axe de la ligne des rivets qui la fixent aux cornières attaches, soit (voir pl. I) :

$$3,06 - 0,010 - 0,090 = 2^{m},960 = l.$$

La surcharge accidentelle qui développe le moment fléchissant maximum est produite par les roues du chariot de

9000 kilog. lorsqu'une de celles-ci se trouve le plus près possible du milieu de la portée; c'est la position indiquée par le croquis ci-devant, qui peut se représenter par la figure ci-contre.

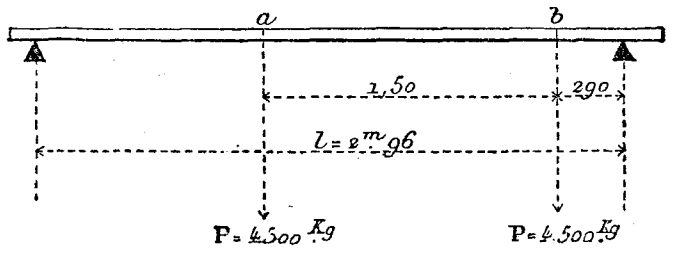


Fig. 10.

La charge en un point de la chaussée est transmise sur deux entretoises contiguës, par l'intermédiaire du ballast et des voûtes; mais pour la sécurité de la construction, on la supposera supportée tout entière par une seule entretoise.

Cette pièce pourrait aussi, par son mode de fixation, être considérée comme encastrée dans ses appuis, et pourrait alors résister à une charge beaucoup plus considérable; mais, pour se placer dans le cas le plus défavorable, on admettra qu'elle est simplement posée sur ses appuis.

En remarquant que les entretoises sont distantes de $1^{m},40$ l'une de l'autre, la charge uniformément répartie sur la pièce se détermine comme suit par mètre courant :

Ballast, $1,40 \times 0,57 \times 1800$	1436^{kg}
Métal, cornières, âme, rivets	74
TOTAL	$1510^{kg} = p.$

Le moment fléchissant maximum de la pièce est au point a et s'obtiendra par l'application de la formule :

$$M = \left(\frac{Px + P'x'}{l}\right)(l - x') + \frac{pl}{2}(l - x') - \frac{p}{2}(l - x')^2.$$

Si l'on remplace, en remarquant qu'ici $P = P'$, on aura :

$$M = \frac{4500 \times 0,29 + 4500 \times 1,79}{2,96}\left(2,96 - 1,79\right)$$

$$+ \frac{1510 \times 2,96}{2}(2,96 - 1,79) - \frac{1510}{2}(2,96 - 1,79)^2$$

$$M = 5281 = \frac{RI}{v}$$

d'où :

$$R = \frac{M}{\frac{I}{v}}$$

Or la section ci-après (fig. 11) de l'entretoise en son milieu donne :

$$= \frac{0{,}148 \times \overline{0{,}183}^3 - 0{,}122 \times \overline{0{,}174}^3 - 0{,}018 \times \overline{0{,}113}^3 + 0{,}188 \times \overline{0{,}167}^3 - 0{,}162 \times \overline{0{,}158}^3 - 0{,}018 \times \overline{}}{3 \times 0{,}183}$$

$$\frac{I}{v} = 0{,}00089 \qquad \text{(Voir page 133)}$$

Donc $R = \frac{5281}{0{,}00089} = 5933708^{kg}$ par mètre carré de section, soit $5^{kg},93$ par millim. carré.

Nous avons dit au commencement de ces calculs que pour le cas qui nous occupe, la surcharge accidentelle qui détermine le plus grand travail dans les poutres est celle que produit le passage d'un chariot de 9000 kilog. sur la chaussée. En se reportant à la circulaire ministérielle du 9 juillet 1877, nous aurions pu essayer d'admettre comme surcharge 300 kg. par mètre carré de trottoir et de chaussée, ce qui, pour le cas actuel et par mètre courant d'une seule poutre, aurait donné :

$$p' = 300 \times 2 = 600^{kg}.$$

De sorte que la charge totale uniformément répartie par mètre courant eût été :

$$2083 + 600 = 2683^{kg} = p.$$

Et le moment résultant au milieu d'une poutre :

$$M' = \frac{pl^2}{8} = \frac{2083 \times \overline{8{,}60}^2}{8} = 24804.$$

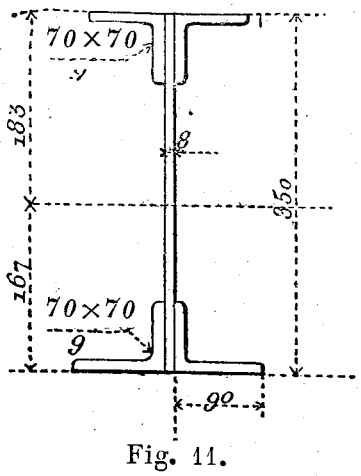


Fig. 11.

Moment bien inférieur à 31710 trouvé ci-devant; ce qui justifie la première hypothèse.

Travail des poutres sous la réaction des appuis. — L'effort tranchant maximum F à l'extrémité d'une poutre est produit lorsque le chariot arrive près des culées, il devient alors, d'après les calculs ci-dessus :

$$F = \frac{pl}{2} + Q = \frac{2083 \times 8{,}60}{2} + 5792 = 14749^{kg}.$$

La réaction de l'appui égale à cet effort, tend à écraser la poutre. La section horizontale de celle-ci au droit d'un appui et sur une longueur égale à la longueur de cet appui doit résister à cet écrasement; or la figure (fig. 12) ci-dessous nous donne pour cette section une surface :

$$\Omega = 400 \times 10 + 2 \times 168 \times 12 = 8032 \text{ millim. carrés.}$$

D'où $$R = \frac{14749}{8032} = 1^{kg},84 \text{ par millim. carré.}$$

Calcul des entretoises à l'effort tranchant. — Cet effort tranchant maximum à l'extrémité d'une entretoise est

$$F = 5792 + \frac{1510 + 2,96}{2} = 8027 \text{ kilog.}$$

Pour résister à cet effort nous avons ici la surface totale de la section de l'entretoise qui est, d'après la figure ci-devant :

$$\Omega = 350 \times 8 + 282 \times 9 = 5338 \text{ millim. carrés,}$$

d'où $$R = \frac{8027}{5338} = 1^{kg}50 \text{ par millim. carrés.}$$

Résistance des voûtes en briques sous le passage des roues d'un chariot chargé de 11000 kilog. — Afin de faire connaître la résistance des voûtes en briques sur lesquelles est établie la chaussée, nous donnons ci-après, sans plus de développement, le tracé de la courbe des pressions, et nous déterminons le travail de la brique à la clef et aux naissances.

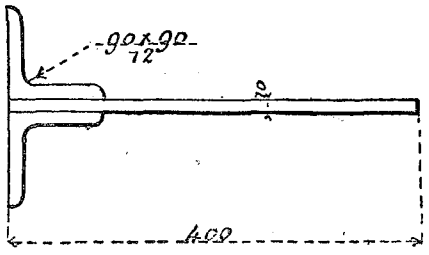
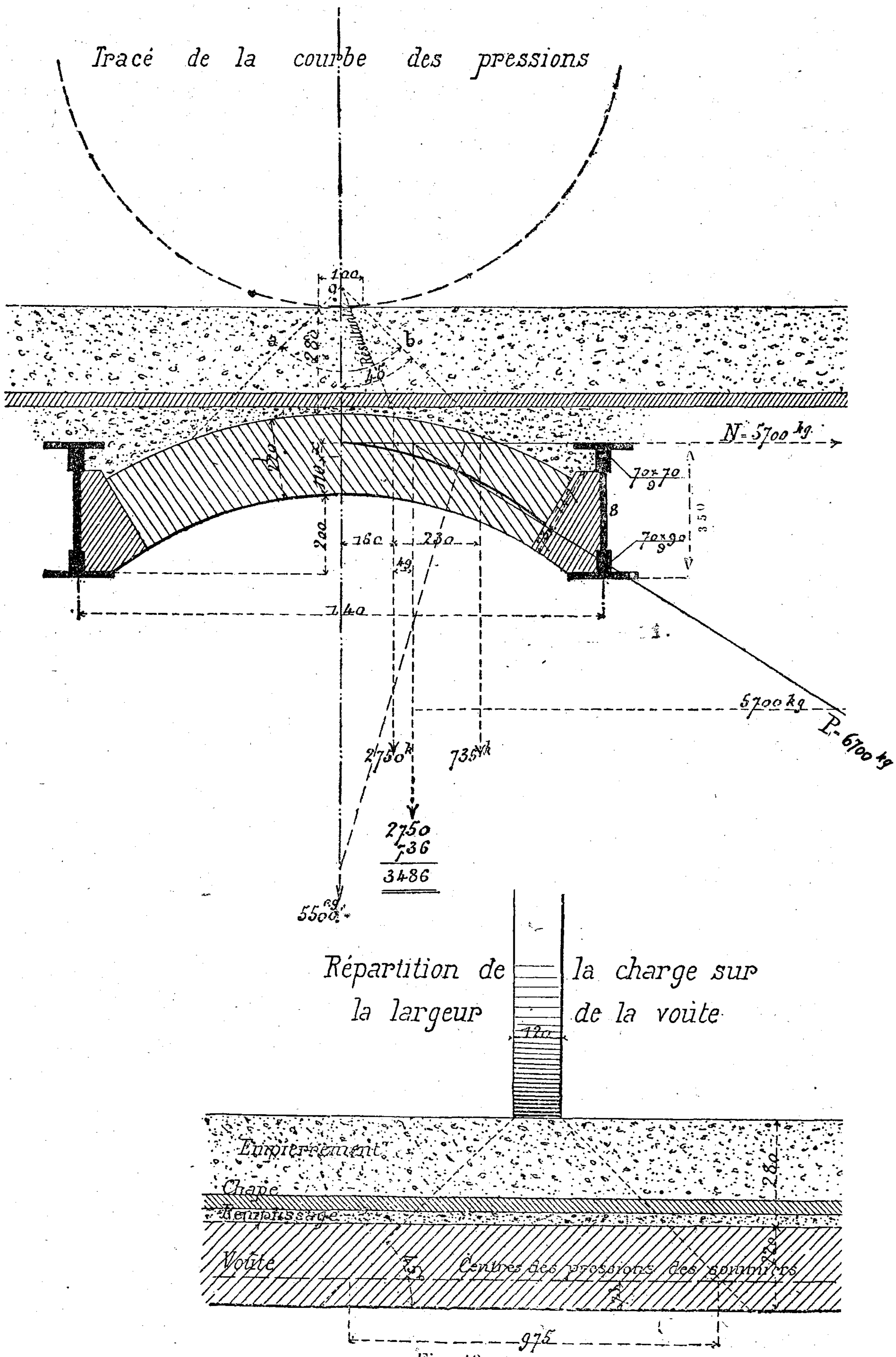


Fig. 12.

LÉGENDE

Angle *aob*, angle de répartition de la charge totale = 90°.
N Pression ou poussée à la clef = 5700 kilog.
P Pression aux naissances = 6700 kilog.
Ω Surface de voûte intéressée 97,5 × 22 = 2145$^{cm^2}$.
2750 kilog. moitié du poids de la roue du chariot.
$736^{kg} = \frac{p}{2 \times 0,975} = \frac{1436}{1,95} =$ charge de ballast et de voûte uniformément répartie sur la demi-voûte.
3486 kilog. résultante de toutes les charges sur la demi-voûte
$l = 220^{m/m}$ épaisseur de la voûte.
$x = \frac{l}{2} - \frac{l}{3} = 0,110 - 0,0733 = 0,0367.$



Tracé de la courbe des pressions
100
a
b
282
Résultante
N=5700 kg
70×70 / 9
8
350
70×90 / 9
200
160
230
49
5700 kg
P=6700 kg
2750 k
2750
736
3486
5500 kg
Répartition de la charge sur la largeur de la voûte
120
Empierrement
Chape
Remplissage
Voûte
Centres des pressions des sommiers
280
220
975

Fig. 13.

On admet généralement que l'action d'une charge sur la chaussée se transmet dans l'empierrement et dans la chaussée d'après un angle de 45°.

Travail des briques à la clef :

$$R = \frac{N}{\Omega}\left(1 + \frac{6x}{l}\right) = \frac{5700}{2145}\left(1 + \frac{6 \times 0{,}036}{0{,}22}\right) = 5^{kg},33$$

Aux naissances :

$$R' = \frac{6700}{2145}\left(1 + \frac{6 \times 0{,}036}{0{,}22}\right) = 6^{kg},26.$$

Ce travail est dans les conditions normales, car la charge de sécurité pour la brique rouge est, d'après Morin, de 4 à 6 kilog. par centimètre carré.

Projet d'un pont métallique biais à 35°, de 8 mètres d'ouverture droite, pour une route de 5 mètres de largeur. (Pl. XI.)

Il nous a paru intéressant de présenter un deuxième projet de pont de 8 mètres d'ouverture droite, pour montrer que les calculs, malgré le biais considérable du tablier, doivent différer peu de ceux du projet précédent. Ce travail aura en outre l'avantage de faire connaître une nouvelle disposition dans les fermes longitudinales, et un mode d'appui différent pour l'empierrement de la chaussée.

Ce tablier se compose de trois poutres principales longitudinales, une poutre centrale de $0^{m},750$ de hauteur totale et deux poutres de rive de $1^{m},024$ de hauteur. Ces poutres sont entretoisées par des fers à **I** composés de 300 $^{m}/^{m}$ de hauteur; deux cours de fers **I** de $220 \times 110 \times 7\ 1/2$, parallèles aux poutres, relient les milieux des entretoises. La chaussée est établie sur des tôles embouties de 8 $^{m}/^{m}$ d'épaisseur, dont les contours sont rivés sur les entretoises, sur des cornières de $\frac{60 \times 80}{8}$ fixées aux âmes des poutres et sur les fers **I**. Sur les

entretoises obliques qui relient les bouts des poutres s'appuie la tôle garde-grève.

La poutre centrale porte 5 semelles de 400×10 rivées sur les cornières. Nous aurons à déterminer les longueurs des 4 dernières semelles.

Faisons d'abord remarquer que l'emploi de tôles embouties pour porter la chaussée est plus économique que les voûtes en briques, il réduit en effet, la somme des épaisseurs de la chaussée et des voûtes, de 150 $^{m}/^{m}$ au moins, de là, une diminution considérable dans la charge uniformément répartie; donc un moment fléchissant beaucoup moindre et enfin des poutres plus légères.

Mais pour se servir couramment des tôles embouties dans les tabliers des ponts, il est bon de connaître dans quelle mesure elles peuvent résister aux actions des charges roulantes.

Résistance des tôles embouties pour planchers métalliques. — Le 3 juillet 1868, une expérience dans les conditions suivantes a été faite par l'usine du Creusot sur une tôle de $1^{m},750$ de long., $1^{m},480$ de larg. et 8 $^{m}/^{m}$ d'épaisseur :

La tôle était encastrée par ses quatre côtés dans un cadre en fonte, cet encastrement était obtenu au moyen d'une rainure pratiquée dans le cadre, et de boulons. On avait placé sur la tôle une couche de sable dont l'épaisseur a était de

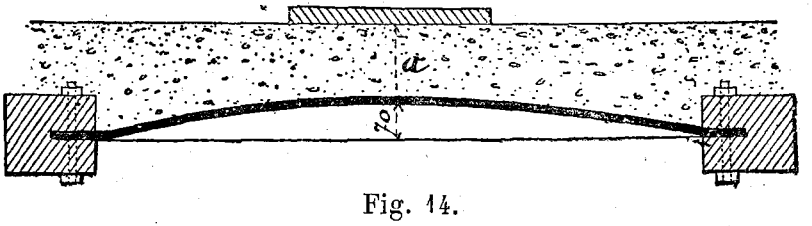


Fig. 14.

$0^{m},150$; sur cette couche était placé un plateau carré en bois de $0^{m},50$ de côté, sur lequel on posait des poids. Quand ces poids ont atteint 6000 kilog., une flèche de 4 millimètres s'est manifestée au centre de la feuille après un temps assez long, et n'a plus augmenté. Il n'y a pas eu de flèche permanente lorsque le poids de 6000 kilog. a été retiré, et la tôle a repris sa forme primitive.

Arrivons aux calculs du pont biais.

Calcul des poutres. — La portée des poutres mesurée d'axe en axe des appuis est

$$l = 15^{m},30.$$

Il s'agit d'un chemin un peu large, nous allons supposer qu'il doit passer sur le pont, les plus lourds chariots dont parle la circulaire ministérielle.

Lorsqu'un véhicule chargé de 11000 kilog. est arrivé au milieu de la portée de cette poutre et qu'une de ses roues touche le trottoir, comme le représente la figure ci-après, cette position va déterminer le moment fléchissant maximum.

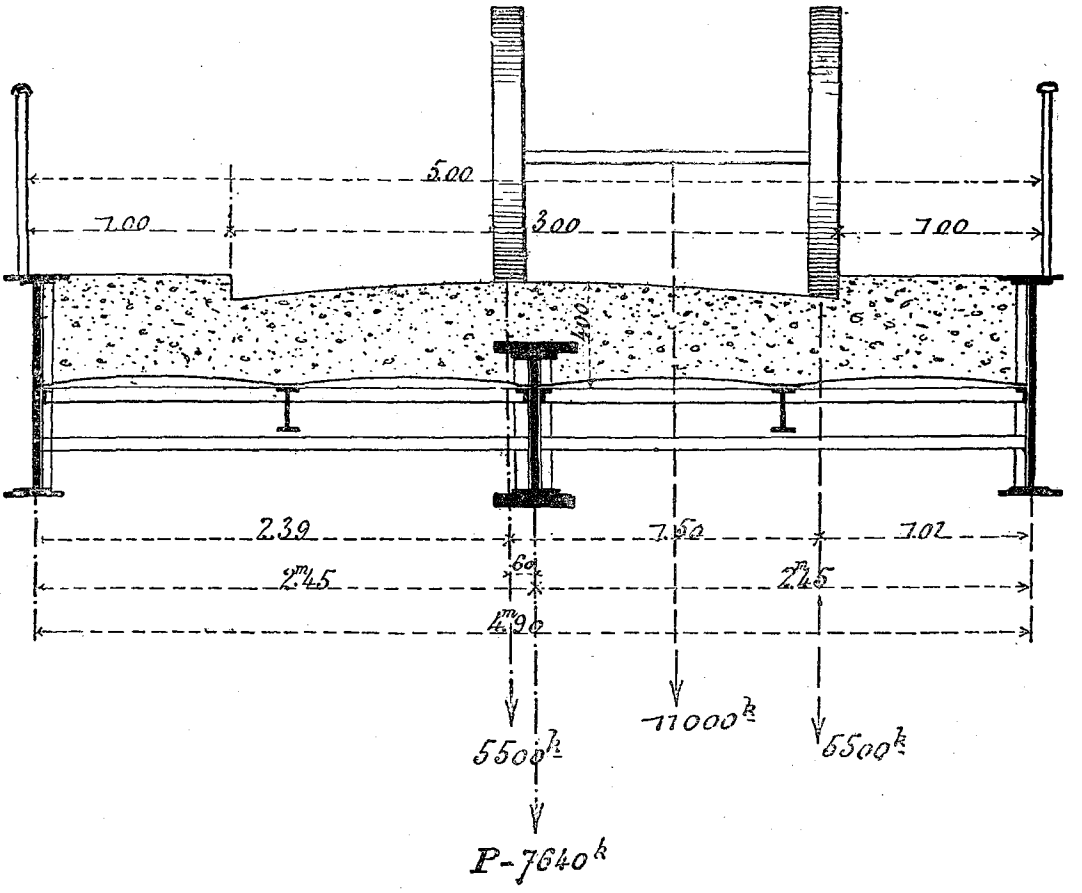


Fig. 15.

La charge totale supportée par la poutre centrale se détermine comme suit :

$$P = 5500 \times \frac{2,39}{2,45} + 5500 \times \frac{1,01}{2,45} = 7640 \text{ kilog.}$$

La charge permanente à laquelle est soumise la poutre est encore : le poids de la chaussée et le poids du métal.

La charge uniformément répartie par mètre courant de poutre est :

Chaussée	$0{,}380 \times 2{,}450 \times 1800 =$	1675
Métal des poutres, entretoises, tôles embouties . . .		625
Total de la charge uniformément répartie par mètre courant de poutre . . . . . kilog.		2300

Le moment fléchissant total au milieu de la poutre sera donc

$$M = \frac{Pl}{4} + \frac{pl^2}{8} = \frac{RI}{v}$$

ou

$$M = \frac{7640 \times 15{,}30}{4} + \frac{2300 \times \overline{15{,}30}^2}{8} = 96524.$$

La section ci-après de la poutre en son milieu donne :

$$\frac{I}{v} = \frac{0{,}40 \times \overline{0{,}75}^3 - 0{,}189 \times \overline{0{,}65}^3 - 0{,}172 \times \overline{0{,}622}^3 - 0{,}028 \times \overline{0{,}450}^3}{6 \times 0{,}75} = 0{,}0$$

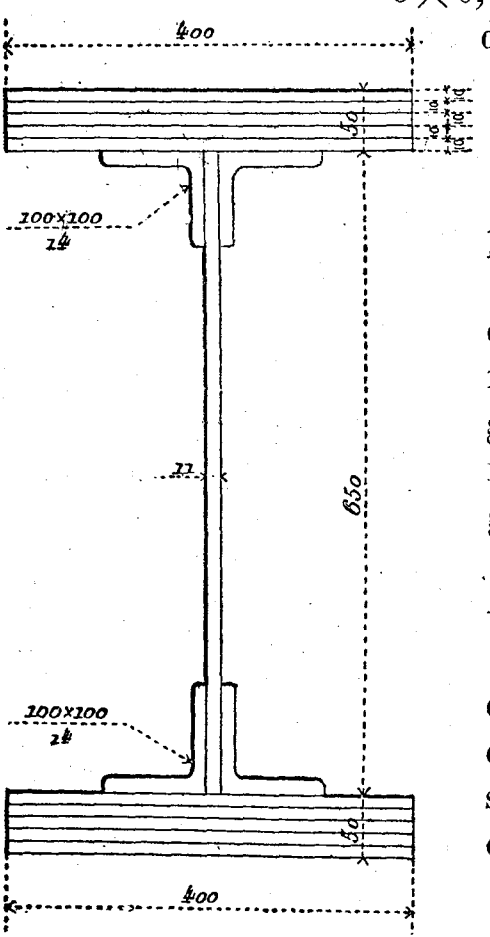


Fig. 16.

d'où

$$R = \frac{M}{\frac{I}{v}} = \frac{96524}{0{,}0162} = 5^{kg},96$$

par millimètre carré de section.

Les quatre dernières semelles du haut et du bas de la section ne courent pas sur toute la longueur de la poutre, nous déterminerons plus loin leurs longueurs respectives.

Calcul des poutres de Rive. — Portée $l = 15^m,30$.

La roue du chariot qui touche le trottoir détermine dans cette poutre le moment fléchissant maximum. La charge accidentelle qui lui est transmise est

$$P = 5500 \times \frac{1{,}44}{2{,}45} = 3233^{kg}.$$

La charge permanente par mètre courant sera :

Trottoir et ballast de chaussée, $1,22 \times 0,440 \times 1800 = 966^{kg}$

Métal des poutres, entretoises, tôles et garde-corps. 404

$p = 1370^{kg}$

Et le moment fléchissant au milieu

$$M = \frac{Pl}{4} + \frac{pl^2}{8} = \frac{R}{\frac{I}{v}}$$

ou

$$M = \frac{3233 \times 15,30}{4} + \frac{1370 \times \overline{15,30}^2}{8} = 52454.$$

La section ci-contre de la poutre donne :

$$= \frac{0,30 \times \overline{1,204}^3 - 0,090 + \overline{1,00}^3 - 0,176 \times \overline{0,976}^3 - 0,0204 \times \overline{0,80}^3}{6 \times 1,024} = 0,009168$$

$$\frac{I}{v} = 0,009168,$$

d'où

$$R = \frac{52454}{0,009168} = 5^{k}72 \text{ par millim.carré.}$$

Calcul des entretoises. — Écartement des entretoises $1^{m},20$;

Portée des entretoises $l = 2^{m},35$.

La charge accidentelle qui produit le moment fléchissant maximum est le passage de la roue de 5500 kilog. sur le milieu de la portée.

La charge uniformément répartie par mètre courant est :

Chaussée et trottoir,

$0,400 \times 1,20 \times 1800 = \quad 864^{kg}$

Métal de l'entretoise et des tôles embouties. $\quad 136$

Charge par mètre, $p = \quad 1000^{kg}$

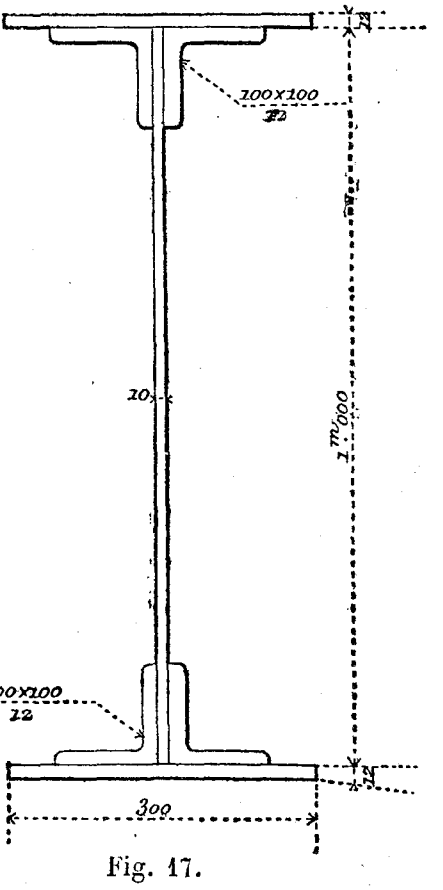


Fig. 17.

Le moment fléchissant maximum au milieu de la portée, et dû aux deux charges simultanées, sera

$$M = \frac{Pl}{4} + \frac{pl^2}{8} = \frac{R}{\frac{I}{v}}$$

$$M = \frac{5500 \times 2{,}35}{4} + \frac{1000 \times \overline{2{,}35}^2}{8} = 3921.$$

La section ci-contre de l'entretoise donne

$$\frac{I}{v} = \frac{0{,}147 \times \overline{0{,}30}^3 - 0{,}122 \times \overline{0{,}282}^3 - 0{,}018 \times \overline{0{,}16}^3}{6 \times 0{,}30} = 0{,}000644,$$

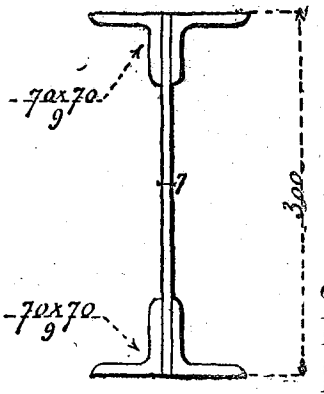


Fig. 18.

d'où

$$R = \frac{3921}{0{,}000644} = 6^{kg},09 \text{ par millim. carré.}$$

Détermination graphique des longueurs des semelles de la poutre centrale. — La charge P = 7640 kilog. au milieu de la poutre, détermine le contour polygonal *abc* (fig. 19 ci-contre) représentatif des moments fléchissants. Mais une charge constante P roulant sur le tablier détermine sur son passage une série de moments représentés par la parabole *a*, *d*, *b*, *e*, *c*, dont le sommet *b* est situé au milieu de la portée, et a pour ordonnée

$$ob = \frac{Pl}{4} = \frac{7600 \times 15.30}{4} = 29223 \quad (\textit{fig.}\ 19).$$

Le lieu des moments fléchissants provenant de la charge uniformément répartie donne la parabole *a'*, *d'*, *b'*, *e'*, *c'* dont l'ordonnée maximum

$$o'b' = \frac{pl^2}{8} = \frac{2300 \times \overline{15{,}30}^2}{8} = 67301 \quad (\textit{fig.}\ 20).$$

Donc, le lieu des moments fléchissants provenant de la charge roulante P et de la charge uniformément répartie *p*, est la ligne *afghc'* dont les ordonnées sont égales à la somme des ordonnées correspondantes des deux paraboles; il est aisé de démontrer que cette troisième courbe est encore une parabole.

On sait, en effet, que de l'équation de la parabole

$$y^2 = 2px,$$

on en déduit (fig. 21).

$$\frac{y^2}{y'^2} = \frac{x}{x'},$$

d'où (fig. 19)

$$\frac{\overline{ao}^2}{\overline{dm}^2} = \frac{bo}{bm}$$

Fig. 19.

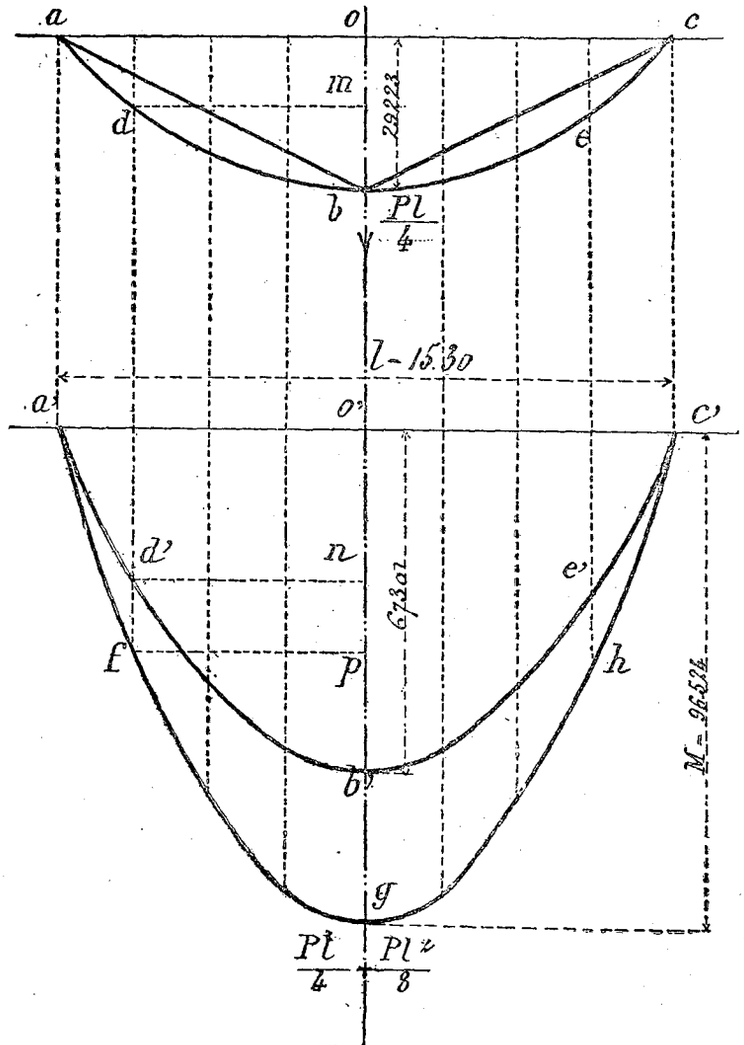


Fig. 20.

et (fig. 20)

$$\frac{\overline{a'o'}^2}{\overline{d'n}^2} = \frac{\overline{ao}^2}{\overline{dm}^2} = \frac{b'o}{b'n}$$

d'où

$$\frac{bo}{bm} = \frac{b'o}{b'n}$$

et

$$\frac{bo + b'o}{bm + b'n} = \frac{bo}{bm} = \frac{\overline{ao}^2}{\overline{dm}^2},$$

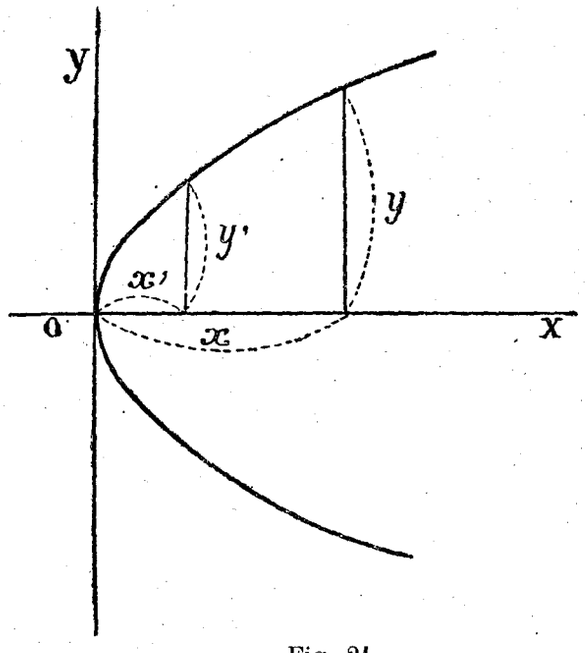


Fig. 21.

ou

$$\frac{go'}{gp} = \frac{\overline{a'o'}^2}{\overline{pf}^2} \quad \ldots \quad (1)$$

car

$$om = np$$

donc

$$gp = bm + np + b'p = bm + b'n$$

L'équation (1) démontre bien que la courbe est une parabole.

Tracé rapide et pratique de la parabole dont on connaît le sommet, l'axe et un point. — Il est d'abord évident que quand on connaît un point et l'axe, on connaît le point symétriquement placé par rapport à cet axe.

Premier procédé. — Si donc on connaît les deux points b, b symétriquement placés par rapport à l'axe oa, et le sommet a (fig. 22), on partage bo en un certain nombre de parties égales, bc en un même nombre de parties égales et l'on tire $a1$, $a2'$ $a3$, ab, les points b, z, t, q et a sont des points de la parabole, car on a :

$$\frac{\overline{ob}^2}{\overline{\beta t}^2} = \frac{ao}{a\beta} = \frac{4}{1}$$

et encore

$$\frac{\overline{ob}^2}{\overline{q\alpha}^2} = \frac{ao}{a\alpha} = \frac{16}{1}.$$

Tel est le premier procédé.

Deuxième procédé. — On tire la ligne ab', on mène une ordonnée sur le milieu de ob' et on prend $gh = \frac{dg}{2}$. Le point h est un des points de la parabole ; on divise od et db' en deux parties égales, on mène de nouvelles ordonnées, on tire ah, hb' et on prolonge $k'k$ de $kl = \frac{k'k}{2}$; de même, on prend $i'j = \frac{ii'}{2}$. Les points l et j sont d'autres points de la courbe ; on tire al, lh, hj et jb' et on divise oe, ed, df, fb' en deux parties égales, on mène de nouvelles ordonnées et on détermine d'autres points v', x', y', z' et ainsi de suite.

1er Procédé *2ème Procédé*

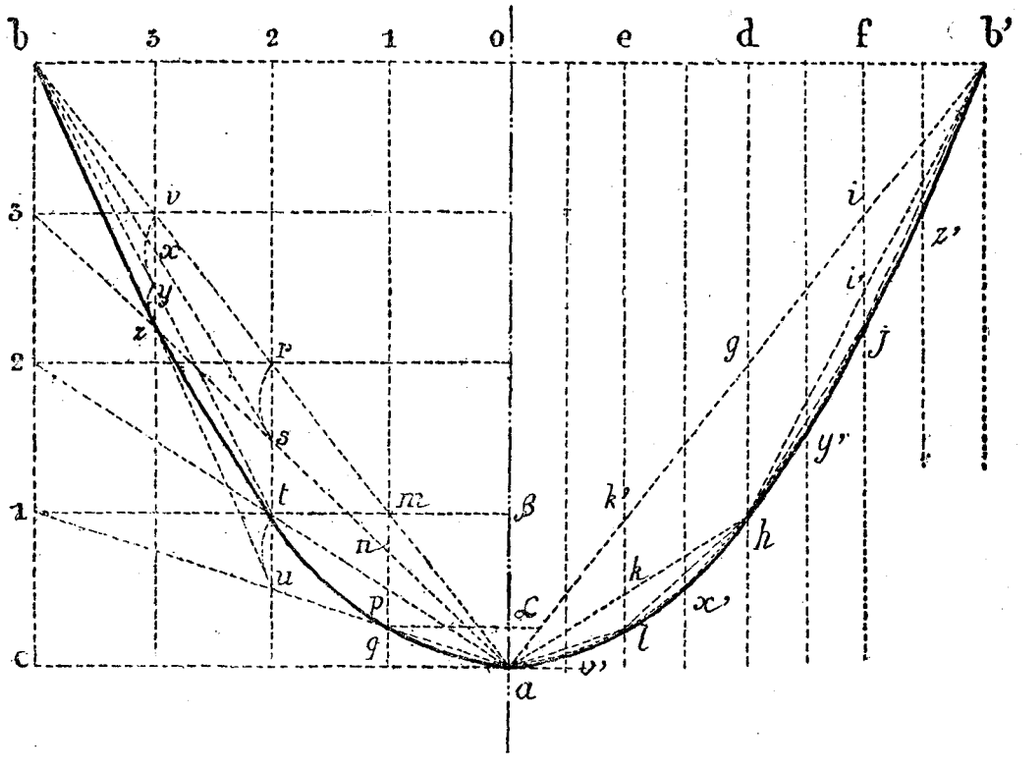


Fig. 22.

Ce tracé revient au précédent, car on a bien dans la partie gauche de la figure, en tirant bs, bt, bu :

$$rt = \frac{2r}{2}, \quad pq = \frac{mp}{2} \quad \text{et} \quad yz = \frac{vy}{2},$$

C'est, néanmoins, ce dernier tracé qui paraît préférable, car chaque point est bien nettement déterminé de position.

Donc (pl. II) nous tracerons la parabole des moments fléchissants en prenant l'abscisse $bb' = 0^m,0765$ comme représentant la portée de la poutre, à l'échelle de 5 millimètres par mètre, et les ordonnées, c'est-à-dire les moments, à l'échelle de 1 millimètre pour 2000 kg. Ainsi le moment $M = 96524$ kg. sera représenté par $0^m,04827$, longueur de l'ordonnée *oa* (fig. 22).

Nous envelopperons alors ces moments fléchissants par des moments résistants au moins égaux.

Or le $\frac{I}{v}$ de la poutre en son milieu est $\frac{I}{v} = 0,0162$, le moment résistant sera $0,0162 \times 6000000 = 97200$ kg., application de la formule $\frac{RI}{v}$. Ce moment sera représenté par une ordonnée de $0^m,0486$.

La poutre avec 4 semelles en haut et en bas donne : $\frac{I}{v} = 0,01364$ et un moment résistant $0,01364 \times 6000000 = 81840$ kg. L'ordonnée de $0^m,0409$ détermine la position de la deuxième semelle.

La poutre avec trois semelles en haut et en bas donne : $\frac{I''}{v} = 0,011105$ et la ligne de la deuxième semelle est déterminée par l'ordonnée de $0,011105 \times 6000000 = 66630$ soit $0^m,0333$.

Avec deux semelles on a $\frac{I'''}{v'''} = 0,00859$ et $M''' = 0,00859 \times 6000000 = 51540$ soit $0^m,02577$ pour l'ordonnée.

Enfin, avec une seule semelle sur les cornières, on a $\frac{I^{IV}}{v^{IV}} = 0,006075$ correspondant à une ordonnée de $0^m,0182$.

On détermine ensuite les longueurs pratiques des tôles en les laissant déborder la courbe de $0^m,50$ à $0^m,70$, pour qu'elles soient reliées solidement avec la tôle supérieure aux points où elles rencontrent la courbe des moments.

On obtient ainsi $13^m,60$, $12^m,00$, $10^m,00$ et $7^m,50$ comme longueurs des quatre dernières semelles ; celle qui est rivée sur

cornières a toute la longueur de la poutre. La sixième semelle de 3m,90 de long n'est qu'un couvre-joints des quatre supérieures.

Calcul des plaques d'appui de la poutre centrale. — Les plaques d'appui sont généralement en fonte ou en acier coulé. Dans les ponts à une seule travée, il y a un appui fixe qui est relié invariablement à la poutre, c'est l'appui figuré (pl. II); et l'appui glissant qui permet à la poutre de glisser sur cet appui lorsque les effets de la dilatation se manifestent.

Il importe, pour calculer les dimensions de ces appuis, de connaître l'effort tranchant Q à l'extrémité de cette poutre, et la résistance R de la pierre du sommier; alors, d'une manière générale, on a :

$$l = \frac{5\lambda}{2}\left[\sqrt{1+\frac{40Q}{25\lambda^2 R'}}-1\right],$$

$$L = \lambda + 0{,}2l,$$

$$y = \frac{l}{10},$$

$$l' = \frac{l}{3} \text{ à } \frac{l}{4}.$$

Or pour la grande poutre, quand la roue de 5500 kilog.

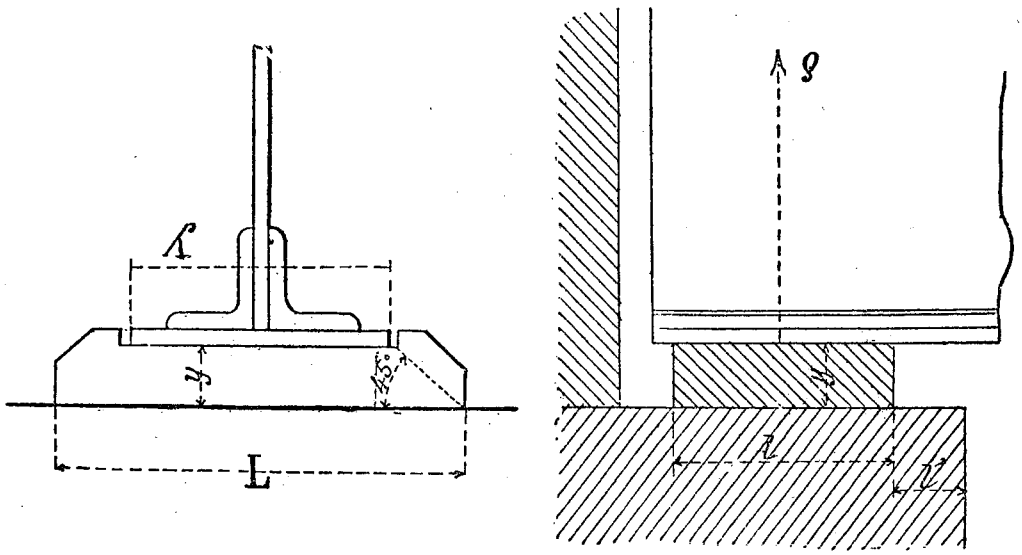


Fig. 23.

passe sur son appui on a :

$$Q = 7640 + \frac{2300 \times 15{,}30}{2} = 25235 \text{ kg.}$$

R = 200000 kg. par mètre carré ;

c'est la résistance des pierres les moins dures. L'application des deux formules ci-dessus donne :

$$l = \frac{5 \times 0.400}{2}\left[\sqrt{1 + \frac{40 \times 25235}{25 \times \overline{0{,}40}^2 \times 200000}} - 1\right] = 1\,(1{,}504 - 1) = 0^m{,}504$$

$$L = 0{,}400 + 0{,}2 \times 0{,}504 = 0^m{,}5008,$$

$$y = \frac{0{,}504}{10} = 0^m{,}0504 \qquad \text{et}$$

$$l' = 0^m{,}126 \text{ à } 0^m{,}168.$$

Toutes ces conditions sont remplies dans le pont que nous venons d'étudier, car on a (pl. II)

$$l = 0^m{,}520, \qquad L = 0{,}520 \qquad \text{et} \qquad y = 0^m{,}052.$$

PONTS SUPPORTANT DES VOIES FERRÉES

Tablier métallique à poutres jumelées pour pont de 8 mètres d'ouverture.

Type Compagnie du Midi (pl. III).

Chaque file de rail de la voie est établie sur une longrine en bois de 400×140 reposant sur les entretoises de deux poutres jumelles de $0^m{,}594$ de hauteur, distantes de $0^m{,}585$; les poutres ainsi jumelées sont entretoisées par des fers T de $\frac{100 \times 80}{8}$ distants de 1 mètre l'un de l'autre et supportant un parquet en tôle striée de 6 millim. 1/2 d'épaisseur.

Les données principales sont :

Portée des poutres, $l = 8^m{,}70$.

La charge uniformément répartie par mètre courant de tablier sera déterminée pour une simple voie ou deux files de rails :

Métal	1050kg.
Longrines et voie	200kg.
Total	1250kg = p.

Le moment fléchissant va être calculé pour les quatre poutrelles réunies.

Le plus grand moment fléchissant dû à la surcharge, se produit lorsque les quatre essieux des plus lourdes machines se trouvent engagés ensemble sur le tablier. La Compagnie du Midi possède, en France, un type des plus lourdes machines à marchandises, qui va servir de base à ces calculs. Ces locomotives du type 2001 pèsent, en feu, 54800 kilog. et les poids sur les quatre essieux se répartissent d'après le croquis ci-dessous.

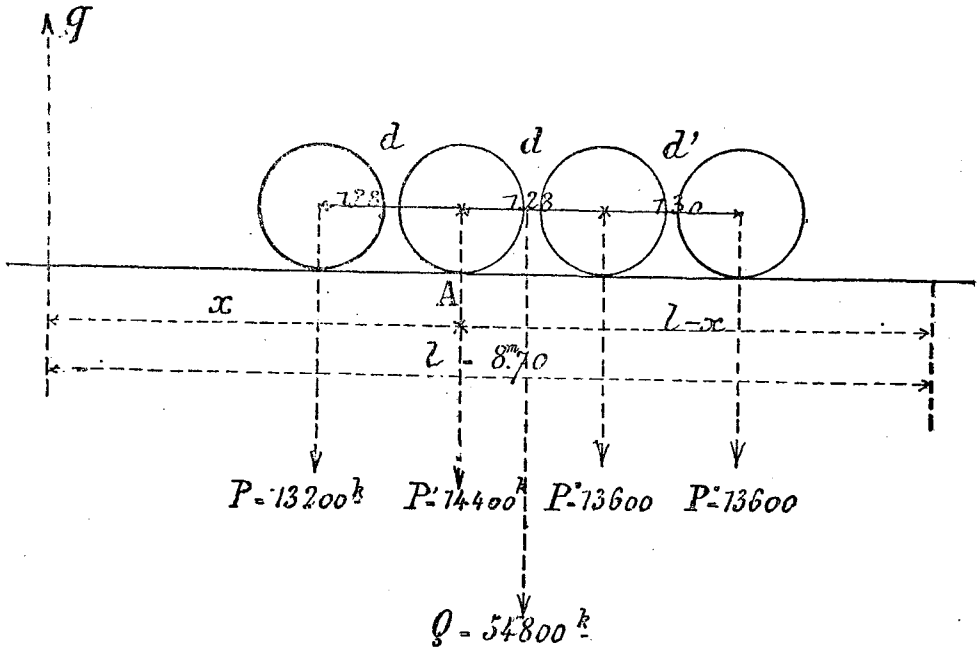


Fig. 24.

Ce moment fléchissant maximum correspond en A à l'aplomb de l'essieu de 14400 kg. et est situé à une distance x de l'appui de gauche, déterminée par les calculs suivants :

La réaction q sur l'appui de gauche dû à la surcharge est (*théorème des moments*) :

$$q = \mathrm{P}\left(\frac{l-x+d}{l}\right) + \mathrm{P}'\left(\frac{l-x}{l}\right) + \mathrm{P}''\left(\frac{l-x-d}{l}\right) + \mathrm{P}''\left(\frac{l-x-d-d'}{l}\right)$$

d'où

$$ql = \mathrm{P}l - \mathrm{P}x + \mathrm{P}d + \mathrm{P}'l - \mathrm{P}'x + \mathrm{P}''l - \mathrm{P}''x - \mathrm{P}''d + \mathrm{P}''l - \mathrm{P}''x - \mathrm{P}''d - \mathrm{P}''d'$$

Réduisant et posant

$$\mathrm{Q} = \mathrm{P} + \mathrm{P}' + 2\mathrm{P}''$$

$$q = \mathrm{Q} + \frac{d\,(\mathrm{P} - 2\,\mathrm{P}'') - \mathrm{Q}x - \mathrm{P}''d'}{l}.$$

Le moment fléchissant en A dû à la surcharge est

$$\mathrm{M} = qx - \mathrm{P}d.$$

Remplaçant q par sa valeur on a

$$\mathrm{M} = \mathrm{Q}x + \frac{d\,(\mathrm{P} - 2\mathrm{P}'')x}{l} - \frac{\mathrm{Q}x^2}{l} - \frac{x\mathrm{P}''d'}{l} - \mathrm{P}d.$$

En prenant la dérivée de cette équation par rapport à x et l'égalant à zéro, on obtiendra la valeur de x qui rend M maximum.

$$d\mathrm{M} = \mathrm{Q} + \frac{d(\mathrm{P} - 2\mathrm{P}'')}{l} - \frac{2\mathrm{Q}x}{l} - \frac{\mathrm{P}''d'}{l} = 0.$$

d'où

$$x = \frac{\mathrm{Q}l + d\,(\mathrm{P} - 2\,\mathrm{P}'') - \mathrm{P}''d'}{2\mathrm{Q}}.$$

Remplaçant

$$x = \frac{54800 \times 8{,}70 + 1{,}28\,(13200 - 2 \times 13600) - 13600 \times 1{,}30}{2 \times 54800} = 4^{\mathrm{m}},025.$$

Pour cette même valeur de x, la valeur de M devient :

$$\mathrm{M} = 54800 \times 4{,}025 \times \frac{1{,}28 \times 4{,}025\,(13200 - 2 \times 13600)}{8{,}70} - \frac{54800 \times \overline{4{,}025}^2}{8{,}70}$$

$$- \frac{13600 \times 1{,}30 \times 4{,}025}{8{,}70} - 13200 \times 1{,}28 = 85163.$$

Le moment fléchissant M′ en A dû à la charge p uniformément répartie est :

$$M' = \frac{plx}{2} - \frac{px^2}{2},$$

ou

$$M' = \frac{1250 \times 8{,}70 \times 4{,}025}{2} - \frac{1250 \times \overline{4{,}025^2}}{2} = 11760.$$

Le moment fléchissant total en A est donc

$$M = M + M' = 85163 + 11760 = 96923 = \frac{RI}{v}.$$

La section d'une poutrelle est représentée par la figure ci-contre (fig. 25) et donne :

$$\frac{i}{v} = 0{,}004015.$$

Soit, pour les quatre poutrelles composant les deux poutres jumelées

$$\frac{I}{V} = 0{,}004015 \times 4 = 0{,}01606.$$

Le travail du fer est donc

$$R = \frac{96923}{0{,}01605} = 6^k03.$$

On peut encore calculer ces poutres, et le plus généralement c'est ainsi qu'on opère, en prenant comme surcharge la surcharge ministérielle. (Voir tableau des surcharges pour voies ferrées.)

Pour une portée de 8m,70 on aurait :

$$p' = 7950 \text{ kilog.}$$

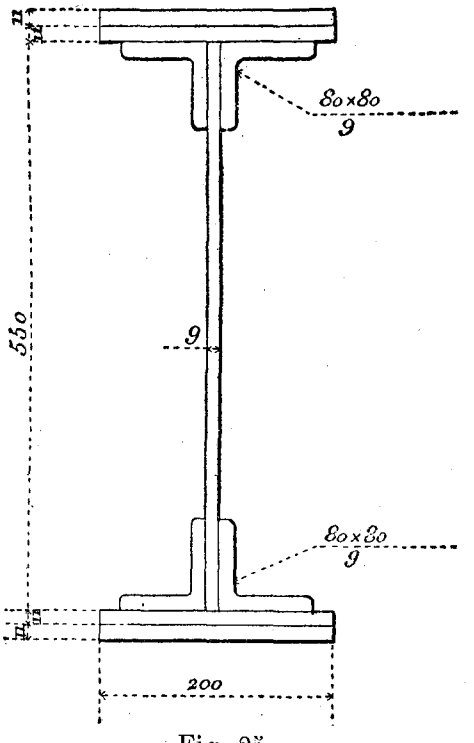


Fig. 25.

Le moment fléchissant maximum se réalise alors au milieu de la portée où il a pour valeur :

$$M' = \frac{(p+p')l^2}{8} = \frac{(1250+7950)\overline{8,70}^2}{8} = 87043$$

d'où

$$R' = \frac{87043}{0,01606} = 5^k,40.$$

Ces deux manières de calculer les poutres d'un tablier, prouvent que certains types de machines de la Compagnie du Midi font, sous leur passage, travailler le pont plus que ne le ferait la surcharge ministérielle afférente, mais faisons remarquer que ces machines sont des plus lourdes parmi celles qui circulent sur les réseaux français.

En général, les poutres d'un tablier métallique doivent être calculées d'après la surcharge ministérielle qui convient pour les voies où circulent les locomotives des grands réseaux, et quelquefois pour des surcharges plus grandes, si le matériel roulant l'exige.

Pour les voies des chemins de fer économiques, on calcule les poutres des tabliers pour résister au passage des plus lourdes machines qui circulent sur ce réseau.

Calcul de la longueur de la deuxième semelle. — Nous allons, sans avoir recours au procédé graphique employé dans le pont précédent, déterminer la longueur de la deuxième semelle de ces poutres, par un calcul assez élégant.

Cette longueur sera déterminée sous la condition que le travail du fer soit de 6 kilogr. par millimètre. Dans la

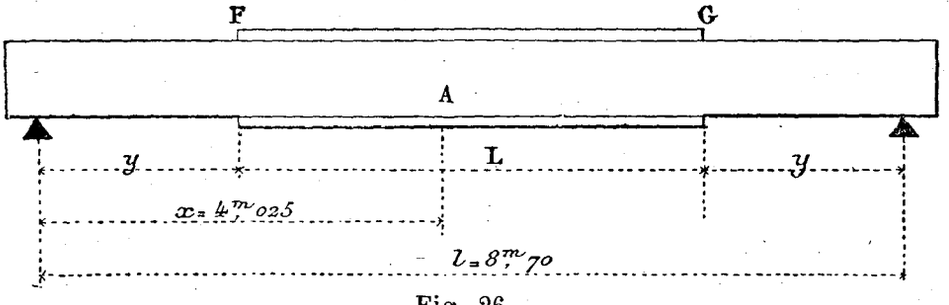


Fig. 26.

section de la poutre à l'extrémité de la deuxième semelle, la charge uniformément répartie p'', qui produirait en A le même moment fléchissant trouvé égal à 96923, serait donnée par la formule :

$$\frac{p''lx}{2} - \frac{p''x^2}{2} = 96923$$

d'où

$$p'' = \frac{96923 \times 2}{lx - x^2} = \frac{96923 \times 2}{8{,}70 \times 4{,}025 - \overline{4{,}025}^2} = 10301 \text{ kg.}$$

La valeur de $\frac{I'}{v'}$ de chaque poutrelle avec une semelle courante de 200×11 est

$$\frac{I'}{v'} = 0{,}002862.$$

Le moment résistant des quatre poutrelles ou point F où s'arrête la deuxième semelle de 11 $^{m}/^{m}$ est de

$$\frac{RI'}{v'} = 0{,}002862 \times 4 \times 6000000 = 68706.$$

Le moment fléchissant en F est

$$M_F = \frac{p'' ly}{2} - \frac{p'' y^2}{2},$$

d'où

$$\frac{p'' ly}{2} - \frac{p'' y^2}{2} = 68796$$

et

$$y^2 - ly = \frac{68706 \times 2}{p''},$$

résolvant et remplaçant

$$y = \frac{8{,}7}{2} \pm \sqrt{\frac{\overline{8{,}70}^2}{4} - \frac{68706 \times 2}{10301}}$$

$$y' = 4{,}35 + 2{,}346 = 6{,}696$$
$$y'' = 4{,}35 - 2{,}346 = 2{,}004$$
$$\overline{y' - y''} = \quad L \quad = \overline{4^m692}.$$

En exécution cette longueur a été portée à $5^m{,}68$.

En outre, la semelle courante supérieure de 200×11 sera convertie en une semelle équivalente de 260×9 pour permettre l'attache de la tôle striée.

La détermination graphique de la longueur de la deuxième semelle par la courbe des moments (voir pl. III) telle que nous l'avons déjà fait ci-dessus, donne les mêmes résultats, c'est donc là un contrôle.

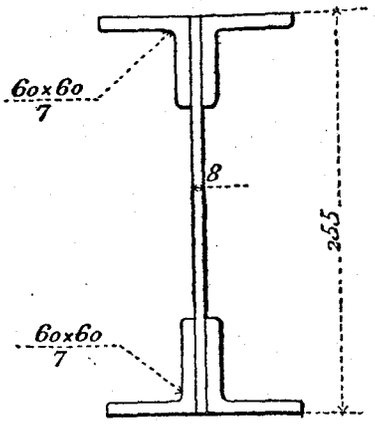


Fig. 27.

Calcul des entretoises sous rails. — Le peu d'écartement des entretoises qui est de $0^m,50$ fait que la longrine portant la voie répartit sa charge sur plusieurs entretoises ; on calcule néanmoins chacune d'elles, comme devant supporter intégralement cette charge roulante.

La portée de cette pièce mesurée entre les axes des rivets attaches est de $0^m,480 = l$.

Le moment fléchissant maximum se réalise au milieu de la portée lorsque la roue la plus chargée des machines 2001 pesant en charge 7200 kilog. arrive à l'aplomb d'une entretoise.

Ce moment a pour valeur

$$M = \frac{Pl}{4} = \frac{7200 \times 0,480}{4} = 864.$$

La section d'une entretoise est composée comme le montre le croquis ci-contre (fig. 27).

$$\frac{I}{v} = 0,000395.$$

Le travail maximum est donc

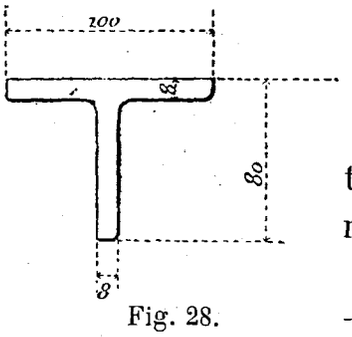


Fig. 28.

$$R = \frac{864}{0,000395} = 2^k,19 \text{ par millim. carré.}$$

Les sections des poutres et des entretoises sont plus que suffisantes pour résister aux efforts tranchants.

Entretoises sous platelage métallique. — Portée, $l = 1^m,32$.

Charge permanente par mètre courant $p = 60$ kilog. ;

Surcharge (300 kil. par mètre carré de parquet) $p' = 300$ kil. ;

Le moment fléchissant au milieu de la portée est

$$M = \frac{(p+p')l^2}{8} = \frac{60+300)\overline{1,32}^2}{8} = 78,4.$$

Chaque entretoise est composée d'un fer T comme le montre le croquis ci-contre et

$$\frac{I}{v} = 0,00001337$$

d'où

$$R = \frac{78,4}{0,00001337} = 5^k,80.$$

Poutres de rive. — Portée, $l = 8^m,70$.
Charge permanente par mètre, $p = 55$ kilog.;
Surcharge, $0,600 \times 300 = p' = 180$ kilog.
Le moment fléchissant au milieu de la portée est

$$M = \frac{p+p')l^2}{8} = \frac{(55+180)\overline{8,70}^2}{8} = 2224.$$

Chaque poutre de rive est composée comme le montre le croquis ci-contre, et

$$\frac{I}{v} = \frac{2224}{0,0004786} = 4^k44.$$

Le travail maximum du fer est :

$$R = \frac{2224}{0,0004786} = 4^k44.$$

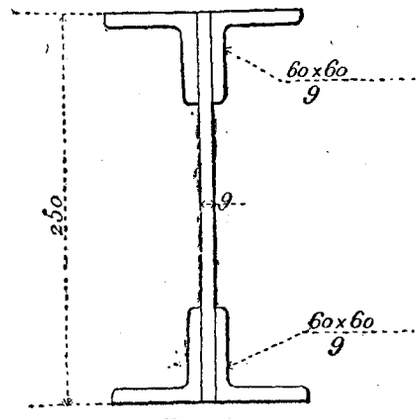


Fig. 29.

Pont métallique de 18 mètres d'ouverture (Planche IV).

Ce deuxième pont dont nous reproduisons les calculs est encore à une seule travée; il est formé par deux poutres en treillis de $1^m,62$ de hauteur, espacées de $4^m,90$ d'axe en axe, et reliées entre elles par des pièces de pont placées à leur partie inférieure, aux écartements de $1^m,90$. Un cours de longerons règne sous chacune des deux files de rails entre les pièces de pont; un plancher en tôle striée de 9 millimètres

d'épaisseur est rivé sur les longerons et les pièces de pont. Les traverses de la voie sont fixées au parquet par des équerres en cornières rivées sur la tôle striée et encastrées dans les traverses.

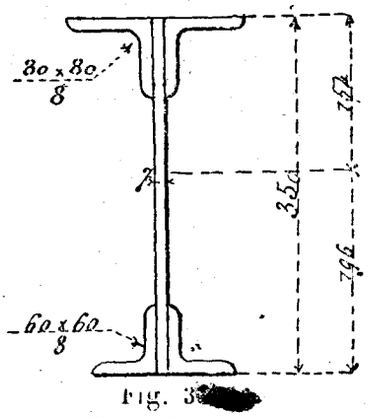


Fig. 3[illegible]

Les poutres reposent sur les culées par l'intermédiaire de plaques en fonte dont les unes sont fixes, pour former les appuis fixes, et les autres sont séparées par des rouleaux en fonte pour permettre la dilatation des poutres, ce sont les appuis mobiles.

Calcul des longerons. — Portée, $l = 1^{m},89$.

Les longerons sont soumis à deux charges qui déterminent le moment fléchissant maximum en son milieu.

L'une de ces charges est le poids d'une roue de locomotive pesant 7200 kil. (voir le croquis de la machine ci-devant), lorsque cette roue est arrivée au milieu de la portée du longeron, l'autre est la charge uniformément répartie sur cette pièce qui est :

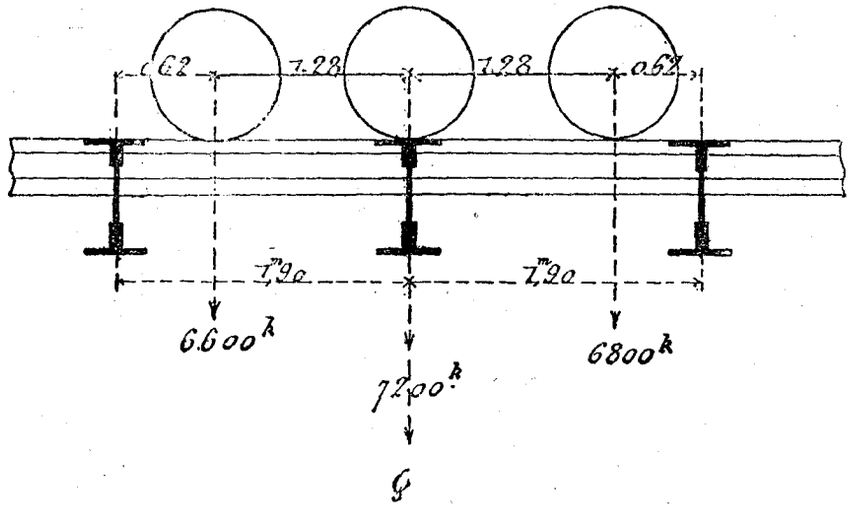


Fig. 31.

Métal du longeron.	62^{kg}
Parquet	70
Longrines et rail	78
	$p = 210^{kg}$ par mètre courant.

Le moment fléchissant total au milieu du longeron est

$$M = \frac{Pl}{4} + \frac{Pl^2}{8} = \frac{RI}{v}$$

$$M = \frac{7200 \times 1,89}{4} + \frac{210 \times \overline{1,89}^2}{8} = 3495.$$

La section ci-contre du longeron donne

$$\frac{I}{0.196} = 0,000648 \text{ et } R = \frac{3495}{0,000648} = 5^k40$$

par millimètre carré.

Calcul des pièces de pont. — Portée, $l = 4^m,38$.

Le moment de plus grande fatigue est produit par le passage d'une locomotive, lorsque trois des roues sont dans la position ci-contre (fig. 31), la roue la plus chargée étant à l'aplomb de la pièce de pont considérée.

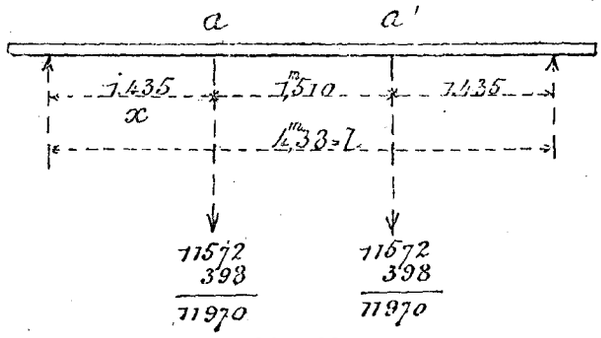


Fig. 32.

La résultante des charges aux attaches des longerons est :

$$Q = 7200 + 6800 \times \frac{0.62}{1,90} + 6600 \times \frac{0,62}{1,90} = 11572^{kg}$$

Ces attaches ont encore à porter le poids d'un longeron avec la portion de parquet et de voie que celui-ci supporte, soit 398 kil.

On a donc en a et a' deux charges égales de

$$11572 + 398 = 11970^{kg}.$$

La charge uniformément répartie sur la pièce de pont est son propre poids, soit par mètre courant

$$145^{kg} = p.$$

Le moment fléchissant total au milieu est donc :

$$M = Px + \frac{pl^2}{8},$$

soit

$$M = 11970 \times 1{,}435 + \frac{145 \times \overline{4{,}38}^2}{8} = 17525,$$

Or, la section ci-contre (fig. 33) de la pièce donne :

$$\frac{I}{v} = 0{,}002994,$$

d'où

$$R = \frac{17525}{0{,}002994} = 5^{kg}85 \text{ par millimètre carré.}$$

Calcul des poutres. — Portée des poutres, $l = 19^m,20$.

Les poutres sont calculées pour résister à une charge uniformément répartie par mètre courant qui se détermine ainsi :

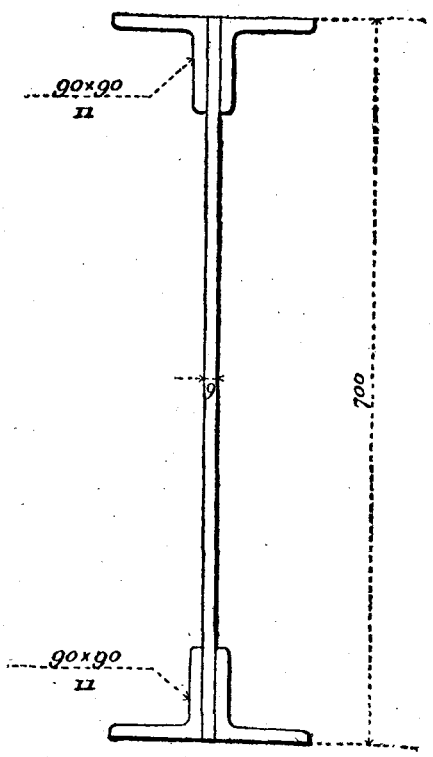


Fig. 33.

1° Surcharge ministérielle (voir le tableau ci-devant, en interpolant entre les surcharges de 19 et 20 mètres on obtient pour $19^m,20$). . . . . 4980^{kg}

2° Une charge permanente, le poids propre du tablier. . . 1710

3° La voie (longrines et rails). 150

Soit par mètre courant de tablier . . . . $6840^{kg} = p$

et par poutre $\frac{6840}{2} = 3420^{kg}$.

Le moment fléchissant au milieu d'une poutre est donc

$$M = \frac{pl^2}{8} = \frac{3420 \times \overline{19{,}20}^2}{8} = 157594.$$

Or, la section de la poutre en son milieu donne, d'après la figure ci-contre : n° 34.

$$= \frac{0{,}36 \times \overline{1{,}66}^3 - 0{,}15 \times \overline{1{,}60}^3 - 0{,}176 \times \overline{1{,}576}^3 - 0{,}024 \times \overline{1{,}40}^3 - 0{,}01 \times \overline{0{,}96}^3}{6 \times 1{,}66} = 0{,}02724,$$

d'où

$$R = \frac{157594}{0{,}02725} = 5^{kg},78 \text{ par millimètre carré,}$$

Les longueurs des deux dernières semelles se détermineront graphiquement par la courbe de flexion (pl. IV) construite par le procédé exposé ci-devant.

Les trois semelles, en haut et en bas, donnent un moment résistant :

$0{,}02724 \times 6000000 = 163440^{kgm}$.

Avec deux semelles

$$\frac{I'}{v'} = 0{,}02159$$

et le moment résistant correspondant :

$0{,}02159 \times 6000000 = 129540^{kgm}$.

Enfin, avec une seule semelle

$$\frac{I''}{v''} = 0{,}01595$$

qui donne un moment résistant :

$0{,}01595 \times 6000000 = 95700^{kgm}$.

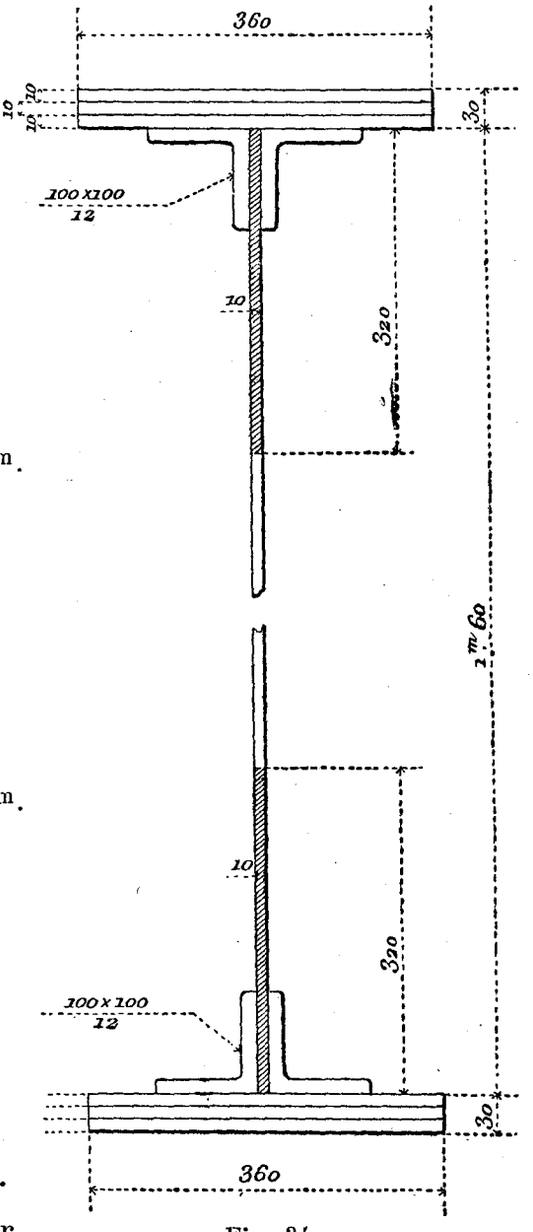


Fig. 34.

Ces données suffisent pour déterminer les longueurs des semelles sur l'épure elle-même.

Calcul des treillis. — Les treillis sont destinés à résister aux efforts tranchants qui se produisent dans le courant de la poutre.

Or, la formule générale qui donne l'effort tranchant en un point b (fig. ci-contre, n° 35) est

$$A = \frac{pl}{2} - px; \qquad (1)$$

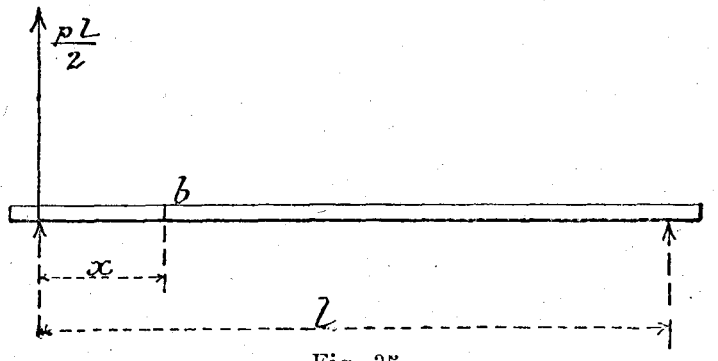


Fig. 35.

faisons remarquer en passant que A est la dérivée du moment fléchissant en ce point b.

En effet :

$$M = \frac{pl}{2}x - \frac{px^2}{2},$$

et

$$dM = \frac{pl}{2} - \frac{2px}{2} = \frac{pl}{2} - px = A.$$

La formule (1) montre suffisamment que A est maximum sur les appuis, nul au milieu de la portée, et qu'il croît d'une façon constante du milieu aux appuis. Les lignes droites oa, ob (épure, pl. IV) sont donc les lieux de ces efforts tranchants

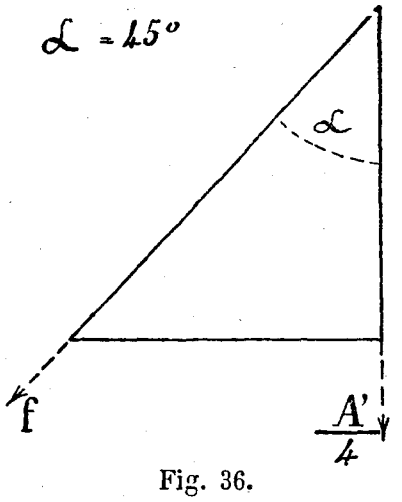


Fig. 36.

Le travail des treillis est généralement de 5 kilogrammes par millimètre carré.

Premier panneau. — L'effort tranchant à $0^m,450$ du bout de poutre est :

$$A' = \frac{3420 \times 19,20}{2} - 3420 \times 0,27 = 31957 \text{ kilog.}$$

Quatre treillis devant supporter cet effort, chacun d'eux reçoit une charge normale :

$$F = \frac{A'}{4 \cos \alpha} = \frac{31957}{4 \times 0{,}707} = 11309 \text{ kilog.}$$

Le fer plat intérieur de 180×12 qui est le treillis tendu donne :

$$\Omega = 180 \times 12 = 2160 \text{ millim. carrés.}$$

d'où :

$$R = \frac{11309}{2160} = 5^{k},23.$$

Le treillis intérieur correspondant et comprimé en fer en ⊏

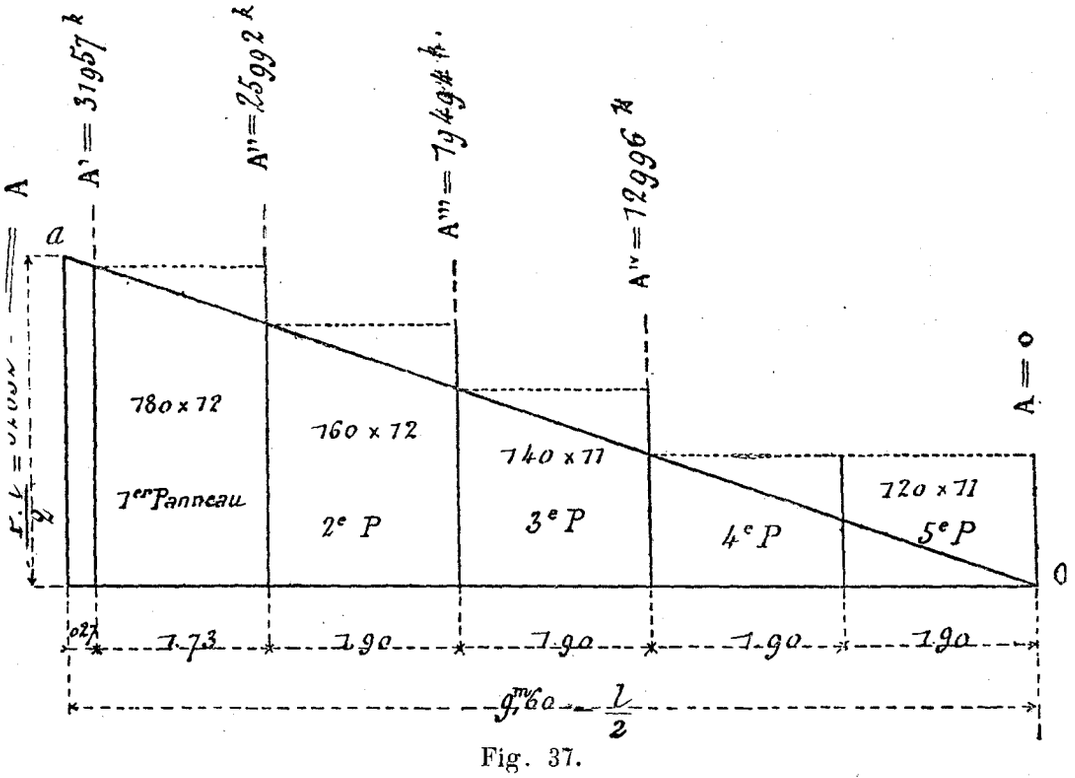


Fig. 37.

de $175 \times 62 \times 10$ a une section de 2790 millim. carrés et travaille beaucoup moins.

Deuxième panneau. —

$$A'' = \frac{3420 \times 19{,}20}{2} - 3420 \times 2 = 25992 \text{ kilog.}$$

Soit une charge normale de :

$$\frac{25992}{4 \times 0{,}707} = 9179 \text{ kilog.}$$

La section étant en fer plat de 160×12

$$\Omega = 160 \times 12 = 1920 \text{ millim. carrés.}$$

d'où :

$$R = \frac{9179}{1920} = 4^{k},78.$$

Treillis extérieur correspondant, ⊏ de $160 \times 60 \times 8$.

Troisième panneau. —

$$A''' = 32832 - 3240 \times 3,9 = 19494 \text{ kilog.}$$

Et la charge normale sur une barre

$$\frac{19494}{4 \times 0,707} = 6895.$$

Le plat de 140×11 donne $\Omega = 1540$ millimètres carrés

$$R = \frac{6895}{1540} = 4^{k},48.$$

Treillis extérieur correspondant ⊏, de $140 \times 52 \times 8$.

Quatrième et cinquième panneau. —

$$A^{IV} = 32832 - 3420 \times 5,80 = 12996^{kg}.$$

Soit

$$\frac{12996}{4 \times 0,707} = 4596^{kg} \text{ par barre.}$$

Le plat de $120 \times 11 = 1.320^{m2} = \Omega$, d'où

$$R = \frac{4596}{1320} = 4^{kg}17.$$

Treillis extérieur correspondant

⊏ de $120 \times 38 \times 8$.

Travail des panneaux sur culées. — Pour résister à la réaction qui tend à écraser la poutre sur ses appuis, il y a lieu de vérifier si sa section horizontale au droit des plaques est suffisante :

La réaction est :

$$\frac{pl}{2} = \frac{3420 \times 19,20}{2} = 32832^{kg}.$$

La poutre présente au droit des plaques en fonte la section horizontale ci-contre pour laquelle

$$\Omega = 20580 \text{ millim. carrés.}$$

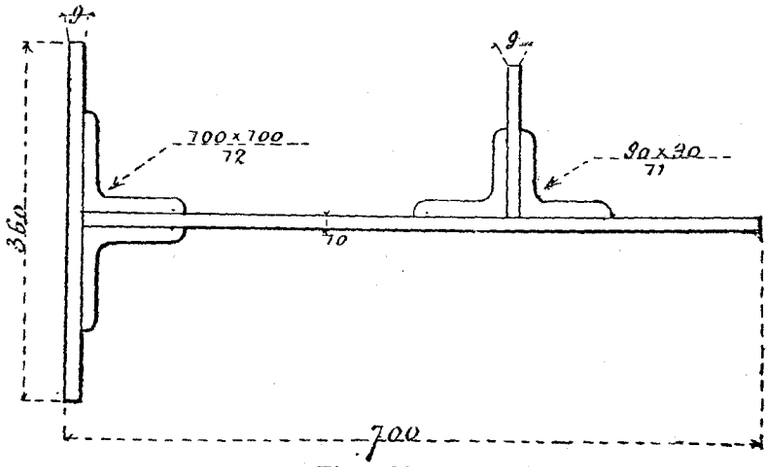


Fig. 38.

d'où

$$R = \frac{32832}{20580} = 1^{kg},60$$

Considérations générales sur les poutres en treillis.

Pour se rendre un compte exact du genre de travail de

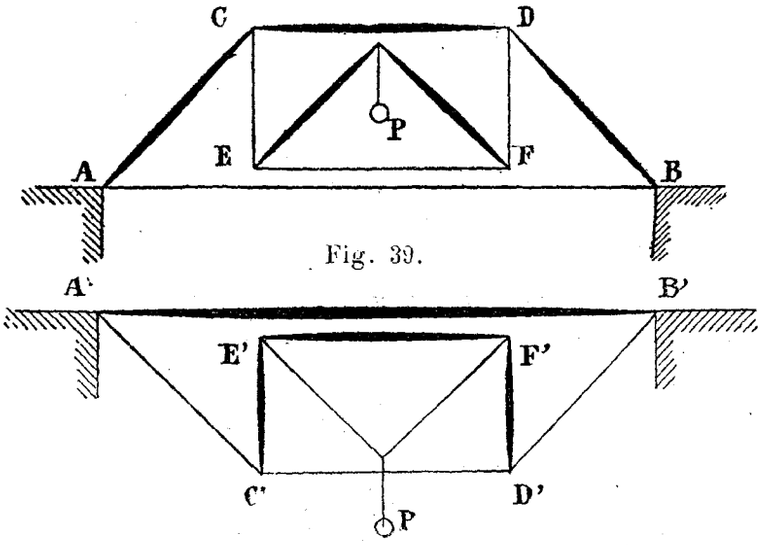


Fig. 39.

Fig. 40.

chaque barre dans une poutre en treillis, on peut d'abord considérer deux systèmes articulés, disposés suivant (fig. 39 et 40), pour supporter une charge P; on voit immédiatement quel est le genre de travail, à la tension et à la compression

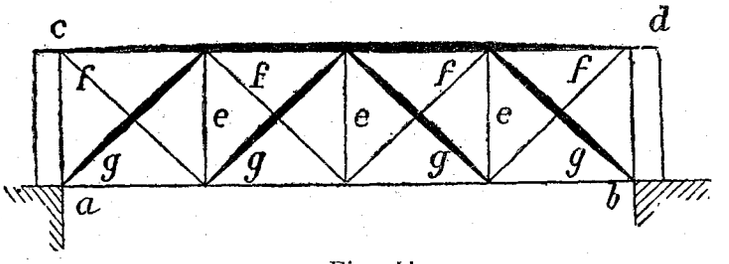


Fig. 41.

de chacune des pièces; ainsi CD est comprimé, tandis que C′D′ est tendu, AC est comprimé et A′C′ est tendu, etc.

La combinaison des deux systèmes (fig. 41, diagramme de Clapeyron) fait voir que la partie inférieure *ab*, les montants *e*

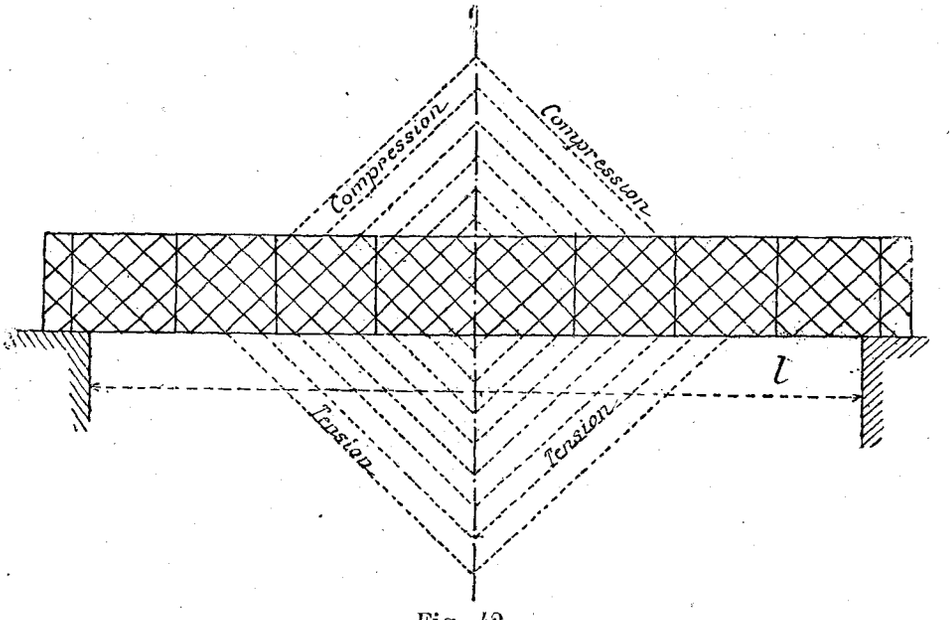


Fig. 42.

et les diagonales *f* travaillent à la traction et que la partie supérieure *cd* et les diagonales *g* agissent par compression.

Donc, d'une manière générale, dans une poutre en treillis, la série des barres symétriquement placées par rapport au milieu de la portée, qui prolongées, convergent au-dessus de la poutre, sont comprimées; tandis que la série des barres symétriquement placées par rapport au milieu de la poutre, qui prolongées, convergent en bas, sont tendues.

On devra donc, lorsque les barres comprimées auront une assez grande longueur, leur donner une forme et une section suffisantes pour empêcher les déformations que pourrait produire cette compression.

Les poutres des ponts métalliques ont généralement une hauteur variant de $\frac{1}{8}$ à $\frac{1}{12}$ de leur portée, ces proportions sont bien convenables pour l'œil et pour l'économie du métal. Le rapport qui sert de règle est $\frac{1}{10}$, c'est celui qu'il faut tâcher d'appliquer le plus souvent.

Enfin, on pourra admettre dans la pratique, que la section d'une barre de treillis à l'aplomb de la culée, peut être réduite au $\frac{1}{4}$ au milieu de la poutre.

Le volume total du treillis, dans une poutre en treillis, est approximativement donné par la formule :

$$V = \frac{5\,pl^2}{8\,R'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

R′ étant le travail, par mètre carré, du fer des barres.

En posant R′ = 5000000 kilog. et 7,78 étant pris pour la densité du fer, on aurait le poids du treillis en kilog.

$$P^{kg.} = 7780\,\frac{5\,pl^2}{8 \times 5000000} = 0{,}0009725\,pl^2$$

(1) Collignon, *Résistance des Matériaux*.

Poids de métal à compter pour superstructures de ponts métalliques.

Observations préalables. — Les poids donnés ci-après sont déduits de nombreux exemples. Ils ont été déterminés en se basant sur les ouvrages qui sont reconnus comme présentant d'excellentes garanties de stabilité, sans exagération dans les épaisseurs.

Ces poids peuvent donc être adoptés avec confiance soit pour des évaluations d'avant-projets, soit pour les valeurs à prendre pour premières bases dans les calculs des projets définitifs. Dans l'étude de ces derniers projets, il conviendra d'ailleurs de chercher, par le choix des dispositions à obtenir, des poids plus faibles que ceux indiqués, en considérant ceux-ci comme des maxima qui ne devront pas être dépassés à moins de circonstances exceptionnelles.

Le tableau ci-après montre que les poids par mètre tendent à devenir directement proportionnels aux ouvertures, à mesure que celles-ci augmentent.

Les valeurs qui méritent principalement confiance, sont celles qui correspondent aux ouvertures de 40 à 100 mètres, pour les ponts de chemins de fer et de 20 à 60 mètres pour les ponts de routes, parce que dans les ouvertures plus faibles, les poids sont influencés davantage pour les différences des surcharges et que, dans les ouvertures plus grandes, les exemples sont encore plus nombreux.

Les poids ne s'appliquent qu'au métal employé dans les superstructures, supports non compris . . . . . (1)

(1) Extrait du *Cours* de l'École des Ponts et Chaussées.

Travées isolées.

OUVERTURE MOYENNE DES TRAVÉES	PONTS EN TOLE POUR CHEMINS DE FER — POIDS DU MÈTRE LINÉAIRE — A DOUBLE VOIE	PONTS EN TOLE POUR CHEMINS DE FER — POIDS DU MÈTRE LINÉAIRE — A SIMPLE VOIE	PONTS EN TOLE POUR CHEMINS DE FER — POIDS DU MÈTRE SUPERFICIEL	PONTS POUR ROUTES ET CHEMINS — POIDS DU MÈTRE SUPERFICIEL — PONTS EN TOLE	PONTS POUR ROUTES ET CHEMINS — POIDS DU MÈTRE SUPERFICIEL — PONTS EN FONTE	OBSERVATIONS
5m	1156kg	635kg	144kg	100kg	151kg	A. — En ce qui concerne le mètre linéaire de ponts pour chemins de fer, le rapport des poids entre les ouvrages à double voie et ceux à simple voie est égal à $\frac{20}{11} = 1{,}82$, excepté toutefois pour les ponts ou les deux voies sont indépendantes et où le rapport est nécessairement celui de 2 à 1.
10	1425	783	178	121	179	
15	1716	943	214	144	209	
20	2029	1115	253	169	240	
25	2359	1296	295	197	274	
30	2703	1485	337	226	308	
35	3061	1682	382	257	344	
40	3429	1884	428	289	381	
45	3807	2092	475	322	419	
50	4195	2305	524	356	458	B. — Le poids superficiel pour ponts de chemins de fer est déduit du poids du mètre linéaire, en divisant par 8 celui du pont à double voie, et par 4,40 celui du pont à simple voie.
55	4590	2522	573	391	497	
60	4990	2742	623	427	537	
65	5396	2965	674	463	578	
70	5808	3191	725	500	618	
75	6224	3420	777	537	660	C. — On n'a pas donné de valeurs pour les ponts en fonte de chemins de fer, parce que les exemples sont trop peu nombreux et présentent trop d'anomalies.
80	6643	3650	830	575	702	
85	7063	3881	882	613	744	
90	7491	4116	935	652	786	
95	7919	4351	989	691	828	
100	8350	4588	1043	730	871	D. — Pour les ponts de routes, on n'a pas donné des poids par mètre linéaire, attendu que les largeurs sont trop variables.
105	8783	4826	1097	769	914	
110	9218	5065	1151	809	958	
115	9657	5306	1206			E. — Les ouvertures considérées sont prises entre les parements des piles et non d'axe en axe des supports.
120	10095	5547	1261			Le mètre linéaire et le mètre superficiel s'appliquent à la longueur totale de la superstructure.
125	10536	5789	1316			
130	10976	6031	1371			
135	11422	6276	1426			
140	11864	6519	1481			
145	12310	6764	1537			
150	12756	7009	1593			
155	13204	7255	1649			
160	13652	7501	1705			

NOTA. — Lorsqu'il s'agit d'un pont en tôle à plusieurs travées solidaires, ces poids doivent être diminués de $\frac{1}{40}$ environ.

Ce tableau, dressé à l'École des Ponts et Chaussées, peut servir de point de départ pour l'étude d'un projet; toutefois, comme il est dit aux *Observations préalables*, pour les ponts de 5 à 20 mètres d'ouverture, on devra compter sur des poids plus forts par mètre courant et par mètre superficiel de superstructure. Dans l'ensemble, pour le matériel roulant moderne, il donne des poids trop faibles pour les ponts de chemins de fer.

Poids de poutres en treillis.

Le tableau ci-dessous indique les poids du métal, par mètre courant, des poutres en treillis pour ponts de chemins de fer à simple voie. (Collignon.)

RAPPORT DE LA HAUTEUR A LA PORTÉE	PORTÉES			
	30 mètres	50 mètres	70 mètres	140 mètres
1/8	480kg	939kg	1451kg	2450kg
1/10	607kg	1126kg	1779kg	3135kg
1/12	706kg	1333kg	2169kg	4000kg

DEUXIÈME PARTIE

CALCUL DES PONTS MÉTALLIQUES A PLUSIEURS TRAVÉES

POUTRES DROITES A PLUSIEURS TRAVÉES

Rappelons brièvement l'origine des formules employées.

Les calculs des ponts à plusieurs travées se font par l'application du théorème des trois moments dont voici l'énoncé :

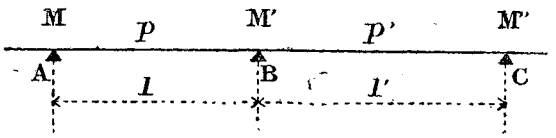


Fig. 43.

Lorsqu'une poutre repose sur un nombre quelconque d'appuis de même niveau, si l'on considère trois appuis consécutifs A, B, C, et qu'on appelle l, l', les portées AB, BC comprises entre ces appuis, M, M', M'' les valeurs des moments fléchissants sur ces appuis, enfin si p, p' sont les charges par unités de longueur supposées réparties également dans les deux travées AB, BC, les moments M, M', M'' sont liés par la relation linéaire :

$$lM + 2(l + l')M' + l'M'' = \frac{1}{4}(pl^3 + p'l'^3)$$

dans laquelle les moments ne sont déterminés qu'en fonction de p, p' et de l, l'.

Si donc on a une poutre continue et de section constante reposant sur un nombre quelconque d'appuis de même hau-

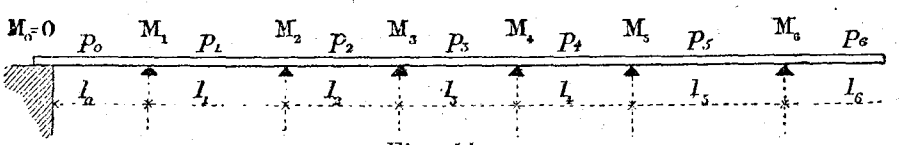


Fig. 44.

teur : Les équations qui feront connaître les moments fléchissants sur les appuis successifs seront :

$$l_0 M_0 + 2(l_0 + l_1) M_1 + l_1 M_2 = \frac{1}{4}(p_0 l_0^3 + p_1 l_1^3)$$

$$l_1 M_1 + 2(l_1 + l_2) M_2 + l_2 M_3 = \frac{1}{4}(p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3)$$

$$l_2 M_2 + 2(l_2 + l_3) M_3 + l_3 M_4 = \frac{1}{4}(p_2 l_2^3 + p_3 l_3^3)$$

$$l_3 M_3 + 2(l_3 + l_4) M_4 + l_4 M_5 = \frac{1}{4}(p_3 l_3^3 + p_4 l_4^3)$$

$$l_4 M_4 + 2(l_4 + l_5) M_5 + l_5 M_6 = \frac{1}{4}(p_4 l_4^3 + p_5 l_5^3)$$

. . . . . .

Ce groupe d'équations qu'on appelle formules Clapeyron, permettent de déterminer successivement les quantités M_1, M_2,, M_3, M_4 . . . en ayant soin de remarquer que pour N travées, on a $M_0 = 0$ et $M_n = 0$.

Quant à la détermination du moment μ en un point quelconque m d'une travée, on remarquera que l'équilibre des moments en ce point est :

$$\mu = M_2 + \frac{p_2 x^2}{2} - Ax. \qquad (1)$$

A représentant la réaction ou effort tranchant sur l'appui a

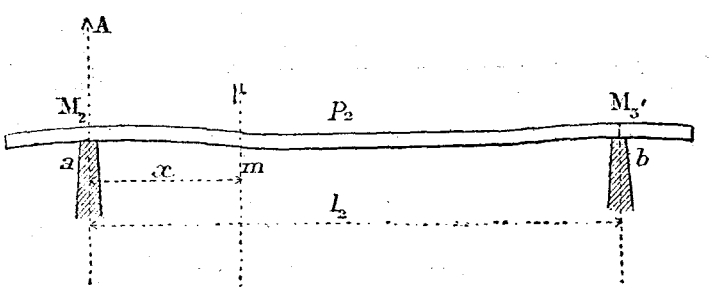


Fig. 45.

dû à l'action de la travée ab. — (Cette formule se vérifie aisément, car pour $x = 0$ on a bien $\mu = M_2$.)

On élimine A dans la formule (1) en faisant $x = l$, ce qui donne :

$$\mu = M_3 = M_2 + \frac{p_2 l_2^2}{2} - A l_2,$$

d'où l'on tire :

$$A = \frac{p_2 l_2}{2} - \frac{M_3 - M_2}{l_2}$$

et en substituant dans (1)

$$\mu = M_2 + \frac{p_2 x^2}{2} - \left(\frac{p_2 l_2}{2} - \frac{M_3 - M_2}{l_2}\right) x \qquad (2)$$

qui est la formule générale donnant le moment fléchissant en fonction de x, en un point quelconque de la travée.

Le moment fléchissant maximum dans cette travée s'obtiendra en remarquant que μ deviendra maximum quand x sera maximum, mais qu'on a alors :

$$A = p_2 x \quad \text{d'où} \quad x = \frac{A}{p_2} = \frac{l_2}{2} - \frac{M_3 - M_2}{p_2 l_2}.$$

Substituant dans (2), développant et réduisant :

$$\mu = \frac{M_2 + M_3}{2} - \frac{(M_3 - M_2)^2}{2 p_2 l_2^2} - \frac{p_2 l_2^2}{8} \qquad (3)$$

Telle est la formule qui donne directement le moment fléchissant maximum dans la travée.

L'effort tranchant en un point quelconque distant de x de l'appui est encore égal à la dérivée du moment fléchissant en ce même point.

$$A_x = d\mu_x,$$

donc

$$A_x = d\left[M_2 + \frac{p_2 x^2}{2} - \left(\frac{p_2 l_2}{2} - \frac{M_3 - M_2}{l_2}\right) x\right] = p_2 x - \frac{p_2 l_2}{2} - \frac{M_3 - M_2}{l_2}$$

et sur l'appui où $x = 0$, A_x devient :

$$A = \frac{p_2 l_2}{2} - \frac{M_3 - M_2}{l^2}$$

trouvé ci-dessus.

Passons immédiatement aux applications.

PONT DE 74m,05 D'OUVERTURE PORTANT DEUX VOIES FERRÉES

(Planches 5 et 6)

Description sommaire.

Le pont, dont nous allons reproduire les calculs du projet, a une longueur totale de 74m,05 entre culées, il est en deux travées inégales dont l'une a 34m,20 et l'autre 41m,80 d'axe en axe des appuis. La nature du terrain du lit de la rivière qu'il franchit, a déterminé la position la plus favorable pour la construction de la pile; de là l'obligation de faire des travées inégales.

Le tablier est formé par deux poutres en treillis de 4m,022 de hauteur, espacées de 7m,85 d'axe en axe l'une de l'autre, reliées par des pièces de pont en tôles et cornières de 0m,65 de hauteur, placées à leur partie supérieure, aux écartements de 3m,80. La hauteur libre sous poutre étant grande, on a eu avantage, pour diminuer les constructions en maçonnerie, à construire la pile et les culées le moins haut possible ; on a été ainsi amené à placer les voies à la partie supérieure des poutres du tablier.

Un cours de longerons règne sous chacune des quatre files de rails entre les pièces de pont, avec lesquelles ils s'assemblent solidement.

Les pièces de pont sont supportées en leur milieu par des jambes de force formées de deux fers T juxtaposés qui s'appuient sur la table inférieure des poutres; cette disposition a permis de diminuer la section de ces pièces de pont. Un

plancher en tôle striée règne sur toute la longueur du tablier, il se fixe sur les pièces de pont, sur les longerons ainsi que sur des fers **I** de $220 \times 100 \times 7$ qui courent parallèlement aux poutres dans les intervalles de deux longerons.

Les rails sont posés sur des traverses qui se fixent solidement au parquet.

Des garde-corps sont fixés sur les bords extérieurs des tables de la plate-forme.

Les parties inférieures des pièces de pont sont contreventées en diagonales par des fers plats de 110×12.

Calcul des longerons.

Portée, entre les pièces de pont : $l = 3^{m},79$.

Les longerons sont soumis à deux charges auxquelles ils doivent résister : l'une est la charge permanente uniformément répartie sur la pièce, qui est par mètre courant :

Métal du longeron	92kg
Parquet et tôle striée, $1^{m},75$ de largeur	96
Longrines et rail.	92
	$p = 280^{kg}$

La deuxième charge est la charge accidentelle de trois roues de locomotive pouvant se trouver ensemble sur le longeron dans la position indiquée par la fig. ci-contre. (*Locomotive à quatre essieux pesant en charge 54800 kilog.* Voir page .)

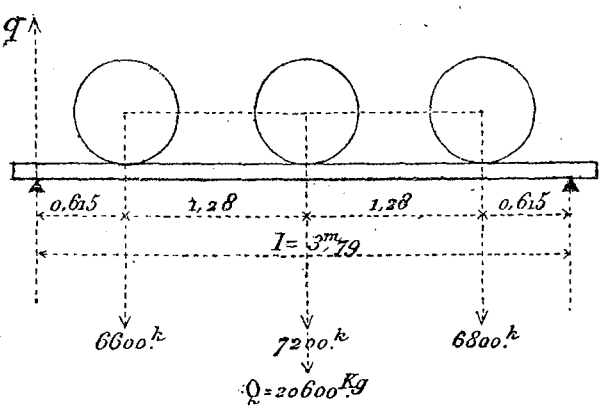


Fig. 46.

Le moment fléchissant est maximum sous la roue du milieu de la portée où il a pour valeur très approximative :

$$M = \frac{7200 \times 3,79}{4} + 6700 \times 0,615 + \frac{280 \times \overline{3,79^2}}{8} = 11445$$

en faisant

$$P' = \frac{6800 + 6600}{2}.$$

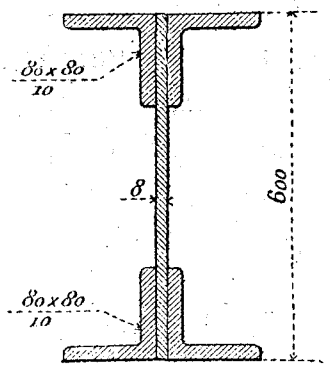


Fig. 47.

La section ci-contre du longeron donne

$$\frac{I}{v} = 0{,}0020193$$

d'où

$$R = \frac{11445}{0{,}0020193} = 5^{k},67 \text{ par millim. carré.}$$

Pièces de pont.

Portée : $l = 7^{m},84$.

Cette poutre, étant supportée en son milieu par des jambes de force, peut être considérée comme étant en deux parties, dont l'une serait représentée par la figure ci-contre *a*, *b*, *c* (fig. 48).

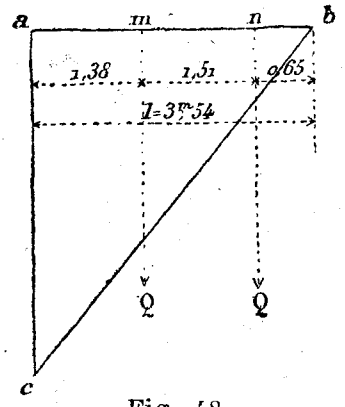


Fig. 48.

La portion de poutre *a*, *b* aurait donc $3^{m},54$ de portée, et pourrait être considérée comme appuyée à ses deux extrémités et chargée en deux points *m*, *n* de sa longueur, aux attaches des longerons.

Le maximum Q des surcharges qui peuvent s'exercer en ces points, est produit par le passage d'une locomotive, lorsque les quatre roues sont dans la position indiquée (fig. 49).

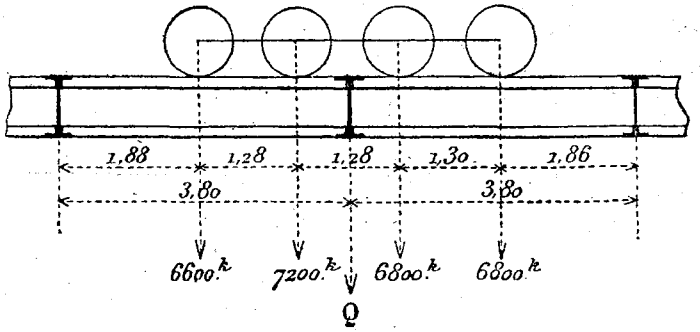


Fig. 49.

Cette résultante Q à chacune des attaches des longerons est

$$\frac{(7200+6600)\,3{,}16+6600\times 1{,}88+6800\times 1{,}86}{3{,}80}=18070^{kg}$$

Ces attaches ont encore à porter le poids d'un longeron et la voie que celui-ci supporte lui-même, soit

$$1090^{kg}.$$

Les deux charges égales qui s'exercent en m et n sont donc

$$18070+1090=19160^{kg}=Q.$$

La charge uniformément répartie sur la pièce de pont est, par mètre courant :

Son poids propre, métal.	140^{kg}
Parquet et fers **I** du parquet	265
	$p=405^{kg}$

La réaction q que ces forces exercent sur l'appui de gauche est (fig. 50),

$$q=19160\left(\frac{2{,}16+0{,}65}{3{,}54}\right)=14926^{kg}.$$

Le moment fléchissant maximum dans la poutre, dû à cette surcharge, se manifeste au point m et a pour valeur :

$$m=q\times 1{,}38.$$

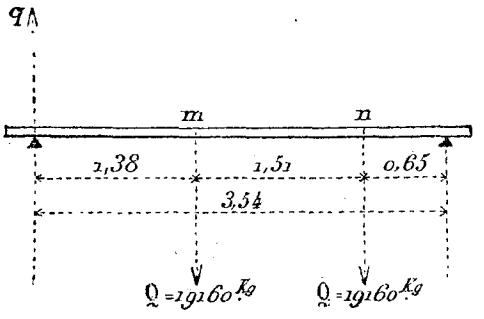


Fig. 50.

D'autre part, le moment produit au même poiut et dû à la charge uniformément répartie est

$$m'=\frac{pl}{2}x-\frac{px^2}{2}.$$

Le moment fléchissant total en m dû à la charge et à la surcharge est donc

$$M=q\times 1{,}38+\frac{pl}{2}x-\frac{px^2}{2}$$

ou

$$M = 14926 \times 1{,}38 + \frac{405 \times 3{,}54}{2} \times 1{,}38 - \frac{405 \times \overline{1{,}38}^2}{2} = 21201.$$

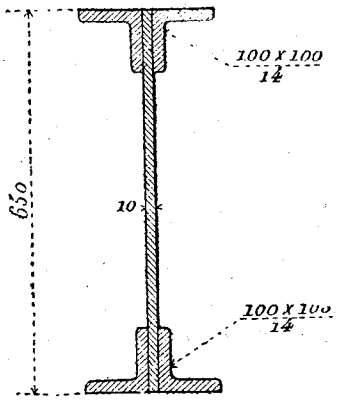


Fig. 51.

La section ci-contre de la pièce de pont donne

$$\frac{I}{v} = 0{,}00352$$

d'où

$$R = \frac{21201}{0{,}00352} = 6^k{,}02 \text{ par millim. carré.}$$

Calcul des fers **I** *sous platelage métallique.*

Portée : $l = 3^m{,}79$.

Celui qui est fixé au milieu de la pièce de pont étant le plus distant des longerons contigus, sera le plus fatigué et servira de base à ces calculs.

Charge permanente par mètre courant de fer **I** sous platelage :

Tôle striée	$48^{kg},8$
Métal propre.	$26^{kg},2$
	$75^{kg},0 = p$

Surcharge (300^{kg} par mètre carré de parquet). $300^{kg} = p'$.

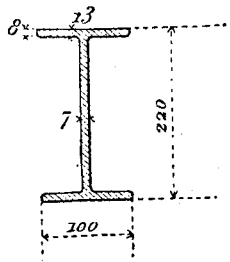


Fig. 52.

Le moment fléchissant maximum au milieu de la portée est donné par la formule

$$M = \frac{(p+p')l^2}{8} = \frac{(75+300)\overline{3{,}79}^2}{8} = 673.$$

La section ci-contre du fer **I** donne

$$\frac{I}{v} = 0{,}0002236$$

d'où

$$R = \frac{673}{0{,}0002236} = 3^{kg},01 \text{ par millimètre carré}$$

Calcul des jambes de force.

Les deux surcharges qui agissent aux points m et n de la pièce de pont et la charge uniformément répartie sur cette pièce qui se compose du poids du parquet et des fers **I** sous platelage, produisent au point d'appui b une réaction R qui se détermine par la formule

$$R = \frac{405 \times 3{,}54}{2} + 19160 \times \frac{1.38}{3{,}54} + 19160 \times \frac{1{,}51 + 1{,}38}{3{,}54} = 23828^{kg}$$

Cette charge en b est équilibrée par une réaction P dirigée suivant cb (fig. 53) et qui a pour valeur :

$$P = \frac{R}{\cos \alpha} = \frac{23828}{\cos 42^{o}\,30'} = 32419 \text{ kilog.}$$

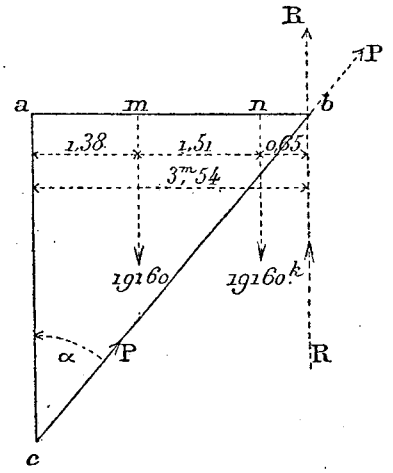


Fig. 53.

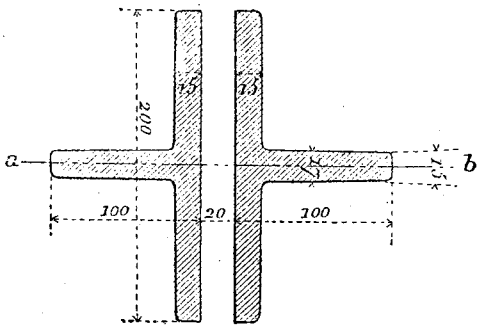


Fig. 54.

Cette pièce, dont la section est de la forme (fig.54), travaille à la compression.

L'effort maximum qu'elle peut supporter sans déformation permanente est donné par la formule

$$N = \frac{EI\pi^2}{l^2},$$

qui sert à calculer les dimensions des colonnes et dans laquelle :

E représente le coefficient d'élasticité du métal par mètre carré, E = 16.000000000 (Voir page 8) ;

I, le plus petit moment d'inertie de la section totale ;

l, la longueur de la colonne $= 4^{m},60$;

$\pi = 3,1146$.

Or la valeur la plus petite de I de la section ci-contre doit être prise par rapport à l'axe ab, et alors

$$I = \frac{4 \times 0,015 \times \overline{0,1}^{3} + 4 \times 0,085 \times \overline{0,0085}^{3}}{12} = 0,000005017 ;$$

donc

$$N = \frac{16000000000 \times 0,000005017 \times \overline{3,1416}^{2}}{\overline{4,60}^{2}} = 37405^{kg}.$$

Cet effort auquel peut résister la pièce sans se déformer est supérieur à l'effort 32.419 kilog. auquel elle est réellement soumise, la section des deux fers étant $\Omega = 8.890$ millim. carrés.

Chaque millimètre travaille à $\frac{32419}{8890} = 3^{k},64$.

On emploie aussi la formule plus récente

$$N = \Omega \frac{R}{1 + 0,00008 \frac{\Omega l^{2}}{I}},$$

due à Schwedler.

Dans cette formule, qui donne une charge bien moindre pour N, R représente le coefficient de travail avec pleine sécurité, pour un mètre carré de section.

Rivets.

Le nombre de rivets qui doivent fixer cette pièce oblique est déterminé par la formule :

$$N = \frac{32419}{2 \times 5 \times \Omega'},$$

en remarquant que dans le mode de fixation des jambes de force, les rivets présentent une double section au cisaillement et devront travailler à 5 kil. par millim. carré.

En prenant 22 millim. pour diamètre on a

$$\Omega' = 380 \text{ millim. carrés,}$$

d'où

$$N = \frac{32419}{2 \times 5 \times 380} = 9{,}5,$$

soit 10 rivets de 22 millim.

Contreventement inférieur.

Ce contreventement consiste en deux cornières de $\frac{130 \times 90}{12}$ juxtaposées, fixées au même gousset qui reçoit les jambes de force. Ces pièces ont pour but de détruire les poussées d'écartement produites par ces jambes de force sur les poutres.

On a d'après la figure ci-contre :

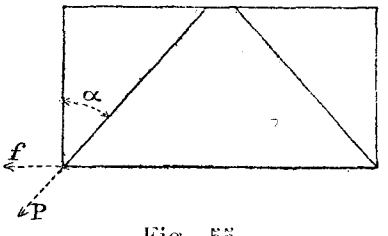


Fig. 55.

$$f = P \sin \alpha = 32419 \times \sin 42^\circ 30' = 21915^{kg}.$$

La section des deux cornières donne :

$$\Omega = 4992^{m/m2}$$

d'où

$$R = \frac{21915}{4992} = 4^{kg},41.$$

Calcul des poutres.

Portées : $l_0 = 34^m,29$ $\qquad$ $l_1 = 41^m,80.$

Charge permanente par mètre courant de poutre dans sa portée de $41^m,80$ (voir tableau page 55).

Métal	Semelles, âmes, cornières et treillis. .		
	Pièces de pont.	1475^{kg}	
	Longerons et parquet		
	Contreventement.		
	Longrines et voies	185^{kg}	
		1660^{kg}	

Chaque poutre ayant à supporter une voie ferrée, la surcharge sera pour une portée de $41^{m},80$ (voir page 11). . 4060^{kg}.

Poutre de $34^{m},20$ de portée.
Charge permanente . . . . . 1600^{kg}.
Surcharge . . . . . 4220^{kg}.

La formule des trois moments donne :

$$l_0 M_0 + 2(l_0 + l_1) M_1 + l_1 M_2 = \frac{1}{4}(p_0 l_0^3 + p_1 l_1^3)$$

Mais $M_0 = 0$, $M_2 = 0$ et $m = \frac{l_0}{l_1} = \frac{34,2}{41,8} = 0,81818$

D'où $l_0 = m l_1$. L'équation ci-dessus se transforme alors comme suit :

$$2(m l_1 + l_1) M_1 = \frac{1}{4}(p_0 m^3 l_1^3 + p_1 l_1^3)$$

d'où $$M_1 = \frac{p_0 m^3 l_1^3 + p_1 l_1^3}{8(m l_1 + l_1)} = \frac{l_1^2}{8} \times \frac{m^3 p_0 + p_1}{m + 1}.$$

Les trois hypothèses à faire dans la distribution de la surcharge sur une poutre reposant sur trois appuis, sont représentées par le diagramme ci-contre (fig. 56).

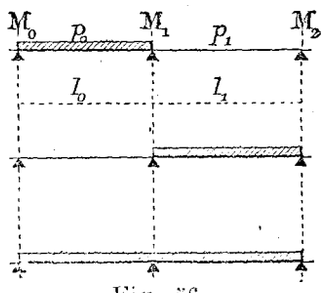


Fig. 56.

La première et la seconde détermineront les moments maxima dans les travées et les efforts tranchants maxima sur les culées. La troisième déterminera le moment fléchissant maximum et les efforts tranchants maxima sur la pile.

Première hypothèse. — La première travée seule chargée.

$$p_0 = 1600 + 4220 = 5820^{kg}, \qquad p_1 = 1600^{kg}$$
$$l_0 = 34^{m}20, \qquad l_1 = 41^{m}80 \qquad \text{et} \quad m = 0,81818.$$

Le moment M_1 sur la pile est pour ce cas

$$M_1 = \frac{\overline{41,80}^2}{8} \times \frac{\overline{0,81818}^3 \times 5820 + 1660}{0,81818 + 1} = 582300.$$

D'après la formule générale (2), le moment maximum dans la première travée est :

Première travée. $$\mu = M_0 + \frac{p_0 x^2}{2} - \left(\frac{p_0 l_0}{2} - \frac{M_1 - M_0}{l_0}\right) x,$$

et comme $M_0 = 0$,

$$\mu = \frac{p_0 x^2}{2} - \left(\frac{p_0 l_0}{2} - \frac{M_1}{l_0}\right) x ;$$

mais μ est maximum pour x maximum, et ce maximum de x est, d'après ce que nous avons trouvé ci-dessus,

$$x = \frac{l_0}{2} - \frac{M_1 - M_0}{p_0 l_0} = \frac{l_0}{2} - \frac{M_1}{p_0 l_0} = \frac{34,2}{2} - \frac{582300}{5820 \times 34,2} = 14^{m},174;$$

d'où

$$\mu = \frac{5820 \times \overline{14,174}^2}{2} - \left(\frac{5820 \times 34,2}{2} - \frac{582300}{34,2}\right) 14,174 = -584674.$$

On peut obtenir ce maximum d'une manière directe par l'application de la formule (3)

$$\mu = \frac{M_0 + M_1}{2} - \frac{(M_1 - M_0)^2}{2 p_0 l_0^2} - \frac{p_0 l_0^2}{8},$$

soit

$$\mu = \frac{M_1}{2} - \frac{M_1^2}{2 p_0 l_0^2} - \frac{p_0 l_0^2}{8} - \frac{582300}{2} - \frac{\overline{582300}^2}{2 \times 5820 \times \overline{34,2}^2}$$

$$- \frac{5823 \times \overline{34,2}^2}{8} = -584674.$$

Ces deux formules conduisent bien au même résultat.

Efforts tranchants. — De gauche :

$$A_0 = \frac{p_0 l_0}{2} - \frac{M_1}{l_0} = \frac{5820 \times 34,2}{2} - \frac{582300}{34,2} = 82493^{kg}.$$

De droite :

$$A'_0 = p_0 l_0 - A_0 = 5820 \times 34,2 - 82493 = 116551^{kg}.$$

Deuxième travée.

$$\mu = M_1 + \frac{p_1 x^2}{2} - \left(\frac{p_1 l_1}{2} - \frac{M_2 - M_1}{l_1}\right) x$$

et comme $M_2 = 0$

$$\mu = M_1 + \frac{p_1 x^2}{2} - \left(\frac{p_1 l_1}{2} + \frac{M_1}{l_1}\right) x$$

qui devient maximum pour

$$x = \frac{l_1}{2} + \frac{M_1}{p_1 l_1} = \frac{41,8}{2} + \frac{582300}{1660 \times 41,8} = 29^m,292,$$

d'où

$$\mu = 582300 + \frac{1660 \times \overline{29.292}^2}{2} - \left(\frac{1660 \times 41,8}{2} + \frac{582300}{41,8}\right) 29,292 = -12986$$

Efforts tranchants. — De gauche :

$$A_1 = \frac{p_1 l_1}{2} + \frac{M_1}{l_1} = \frac{1660 \times 41,8}{2} + \frac{582300}{41,8} = 48625^{kg}.$$

De droite :

$$A'_1 = p_1 l_1 - A_1 = 1660 \times 41,8 - 48625 = 21363^{kg}.$$

Deuxième hypothèse. — La deuxième travée seule chargée :

$$p_0 = 1600^{kg}, \quad p_1 = 1660 + 4060 = 5720^{kg}.$$

Le moment M_1 sur la pile sera :

$$M_1 = \frac{\overline{41,8}^2}{8} \times \frac{\overline{0,81818}^3 \times 1600 + 5720}{0,81818 + 1} = 792333.$$

Première travée.

$$x = \frac{l_0}{2} - \frac{M_1}{p_0 l_0} = \frac{34,2}{2} - \frac{792333}{1600 \times 34,2} = 2^m,62$$

$$\mu = \frac{p_0 x^2}{2} - \left(\frac{p_0 l_0}{2} - \frac{M_1}{l_0}\right) x = \frac{1600 \times \overline{2,62}^2}{2} \left(\frac{1600 + 34,2}{2} - \frac{792333}{34,2}\right) 2,62$$

$$\mu = -5492$$

$$A_0 = \frac{1600 \times 34,2}{2} - \frac{792333}{34,2} = 4192^{kg}.$$

$$A'_0 = 1600 \times 34,2 - 4192 = 50528^{kg}.$$

En continuant d'effectuer les calculs comme ci-devant on trouvera :

Deuxième travée.

$x = 24^{m},214$, $\mu = -884521$, $A_1 = 138504^{kg}$, $A'_1 = 100592^{kg}$

TROISIÈME HYPOTHÈSE. — Les deux travées chargées :

$$p_0 = 5820^{kg}, \quad p_1 = 5720^{kg}, \quad M_1 = 1069985.$$

Première travée.

$x = 11^{m},824$, $\mu = -399984$, $A_0 = 68815^{kg}$, $A'_0 = 130229^{kg}$.

Deuxième travée. $x = 25^{m},375$, $\mu = -771569$,
$A_1 = 145145^{kg}$, $A'_1 = 93950^{kg}$.

D'après les calculs qui viennent d'être effectués, on pourra dresser le tableau ci-après pour faciliter la construction des épures de flexion.

PREMIÈRE HYPOTHÈSE. — La première travée seule chargée :

$p_0 = 5820^{kg}$, $p_1 = 1660^{kg}$, $M_1 = 582300$.

1re TRAVÉE		2me TRAVÉE	
x	$14^{m},174$	x	$29^{m},292$
μ	-584674	μ	-129867
A_0	82493^{kg}	A_1	48625^{kg}
A'_0	116551^{kg}	A'_1	21363^{kg}

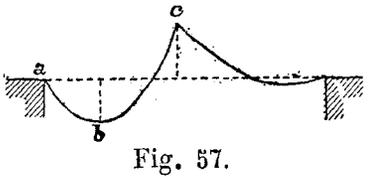


Fig. 57.

DEUXIÈME HYPOTHÈSE. — La deuxième travée seule chargée :

$p_0 = 1600^{kg}$, $p_1 = 5720^{kg}$, $M_1 = 792333$.

1re TRAVÉE		2me TRAVÉE	
x	$2^{m},62$	x	$24^{m},214$
μ	-5492	μ	-884521
A_0	4192^{kg}	A_1	138504^{kg}
A_0'	50528^{kg}	A_1'	100592^{kg}

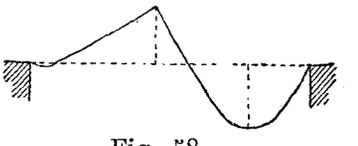


Fig. 58.

TROISIÈME HYPOTHÈSE. — Les deux travées chargées.

$p_0 = 5820$, $p_1 = 5720$, $M_1 = 1069985$.

1re TRAVÉE		2me TRAVÉE	
x	$11^{m},824$	x	$25^{m},375$
μ	-399984	μ	-771569
A_0	68815^{kg}	A_1	145145^{kg}
A_0'	130229^{kg}	A_1'	93951^{kg}

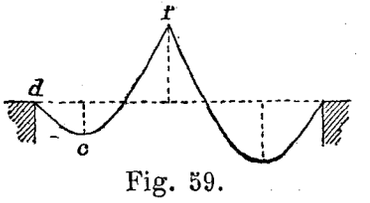


Fig. 59.

Si on jette les yeux sur l'équation d'une courbe de flexion obtenue dans des conditions de surcharges quelconques, pourvu

que le poids soit uniformément réparti, on verra que cette équation est toujours de la forme :

$$\mu = M_1 + \frac{p_1 x^2}{2} - A_1 x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

c'est-à-dire de la forme générale :

$$y = ax^2 + bx + c,$$

qui est l'équation d'une parabole à axe vertical et dont l'axe horizontal passe en dehors du sommet.

Il est facile en effet, de ramener l'équation (4) à la forme plus connue

$$y^2 = \pm 2px.$$

Appelons y' l'axe vertical qui passe par l'axe de la courbe (fig. 60),

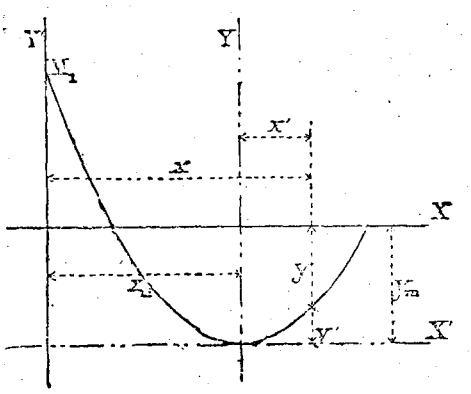


Fig. 60.

y_m l'ordonnée maxima de la courbe,

x_m l'abscisse correspondant à cette ordonnée.

Le changement d'axe vertical nous donne :

$$x = x' + x_m,$$

or nous avons vu ci-devant que

$$x_m = \frac{l_1}{2} + \frac{M_1}{p_1 l_1},$$

d'où

$$x = x' + \frac{l_1}{2} + \frac{M_1}{p_1 l_1}.$$

Et l'équation générale $y = M_1 + \frac{p_1 x^2}{2} - \left(\frac{p_1 l_1}{2} + \frac{M_1}{l_1}\right) x$ devient :

$$y = M_1 + \frac{p_1}{2}\left(x' + \frac{l_1}{2} + \frac{M_1}{p_1 l_1}\right)^2 - \left(\frac{p_1 l_1}{2} + \frac{M_1}{l_1}\right)\left(x' + \frac{l_1}{2} + \frac{M_1}{p_1 l_1}\right).$$

Développant et réduisant :

$$y = \frac{p_1 x'^2}{2} - \frac{p_1 l_1^2}{8} + \frac{M_1}{2} - \frac{M_1^2}{2 p_1 l_1^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Si nous transportons l'axe des X en X′ au sommet de la courbe, on a

$$y = y_m - y' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

Or, nous avons vu au commencement de cette étude que le moment maximum y_m s'obtient directement par la formule (3)

$$y_m = \frac{M_1 + M_2}{2} - \frac{(M_2 - M_1)^2}{2p_1 l_1} - \frac{p_1 l_1^2}{8}$$

qui, pour le cas où

$$(M_2 - M_1)^2 = (0 - M_1)^2 = M_1^2$$

devient :

$$y_m = \frac{M_1}{2} - \frac{M_1^2}{2p_1 l_1} - \frac{p_1 l_1^2}{8}.$$

Remplaçant y et y_m par leurs valeurs dans l'équation (6), il vient

$$\frac{p_1 x'^2}{2} - \frac{p_1 l_1^2}{8} + \frac{M_1}{2} - \frac{M_1^2}{2p_1 l_1^2} = \frac{M_1}{2} - \frac{M_1^2}{2p_1 l_1^2} - \frac{p_1 l_1^2}{8} - y'.$$

Et après simplification il reste :

$$\frac{p_1 x'^2}{2} = -y',$$

d'où

$$x'^2 = -\frac{2y'}{p_1}.$$

Et si on dispose la courbe comme (fig. 61), la dénomination des axes étant changée, on arrive à la formule générale :

$$y'^2 = -\frac{2}{p_1} x',$$

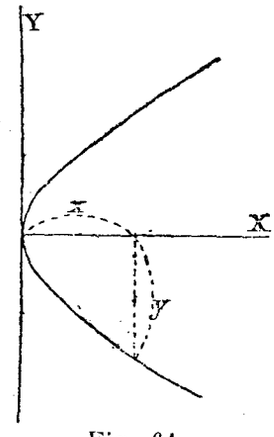


Fig. 61.

qui n'est autre que la forme générale :

$$y^2 = \pm 2px.$$

Donc toutes les courbes représentant les moments de rupture des poutres sont des paraboles ou des arcs de paraboles.

Le paramètre de ces paraboles ne dépend absolument que du poids uniformément réparti p_1, la courbe est indépendante de la longueur de la poutre, et si les surcharges étaient les mêmes dans les deux travées de notre tablier, les courbes de flexion seraient la même parabole dont l'axe vertical serait déplacé par rapport aux axes des travées.

Les moments fléchissants sont positifs s'ils sont au-dessus de l'axe des X et négatifs s'ils sont au-dessous de cet axe. Les moments maxima sur les piles sont positifs et les moments maxima dans les travées sont négatifs. Il y a donc un point où ces moments passent par zéro et sont nuls, ce sont les points où la courbe rencontre l'axe horizontal, on les trouverait aisément en faisant $\mu = 0$ dans l'équation

$$\mu = M_1 + \frac{p_1 x^2}{2} - \left(\frac{p_1 l_1}{2} + \frac{M_1}{l_1}\right) x$$

et l'on trouverait alors

$$x = \left(\frac{l_1}{2} + \frac{M_1}{l_1 p_1}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{l_1}{2} + \frac{M_1}{p_1 l_1}\right)^2 - \frac{2M_1}{p_1}};$$

les deux valeurs de x donnent les deux points où la courbe coupe l'axe des X.

Nous aurons, pour le cas qui nous occupe, quatre paraboles différentes, deux pour la première travée, deux pour la seconde. (Voir tableau ci-devant, fig. 57, 58 et 59.)

Nous construirons la première courbe pour laquelle la distance du foyer à la directrice est $\frac{1}{5820}$, en prenant l'ordonnée du sommet la plus grande des trois hypothèses ; soit pour la troisième un y total de $M_1 + \mu_0 = 1069985 + 399984 = 1469969$, qui détermine le sommet n de la courbe, et un x maximum de

$$34{,}20 - 11{,}824 = 22^{m},376.$$

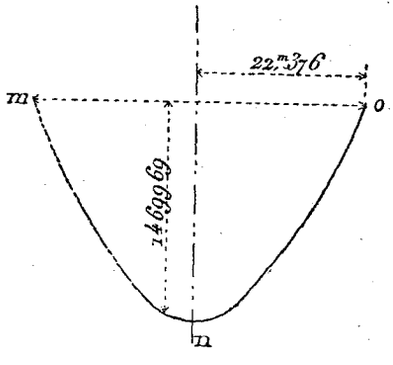


Fig. 62.

Nous aurons ainsi le sommet n et le point o de la courbe, le point m est le symétrique du point o et nous avons tous les élé-

ments pour construire la parabole par l'un des procédés qui ont été employés dans l'étude des ponts à une seule travée. Ayant construit cette courbe, on en découpe un patron et on trace les paraboles passant par les points $a, b, c — d, e, f$ de la première et troisième hypothèse. (Fig. 57 et 59 du tableau.)

On opérera ainsi pour les quatre courbes en superposant les trois hypothèses et en ayant soin de renverser les moments négatifs, on obtiendra l'épure des moments fléchissants tracée (pl. VI) que l'on inscrira dans un polygone de moments résistants suffisants. Ces moments résistants se détermineront par le calcul des moments d'inertie de la poutre, variant selon les caprices de la courbe.

On trouve ainsi que la poutre avec une seule semelle de 11 $^{m}/^{m}$ sur les talons des cornières donne un $\frac{I}{v} = 0,06148$.

Avec deux de 11 $^{m}/^{m}$ $\frac{I'}{v'} = 0,079757$.

Avec trois de 11 $^{m}/^{m}$

$$\frac{I''}{v''} = 0,098013.$$

Ce qui, pour la première travée, fait travailler le fer à

$$R = \frac{584674}{0,098013} = 5^{kg},96$$

par millim. carré.

Avec 4 semelles de 11 $^{m}/^{m}$

$$\frac{I'''}{v'''} = 0,11627.$$

Avec 5 semelles de 11 $^{m}/^{m}$

$$\frac{I^{IV}}{v^{IV}} = 0,13453.$$

Avec 5 semelles de 11 $^{m}/^{m}$ et une de 9 $^{m}/^{m}$ $\frac{I^{V}}{v^{V}} = 0,14949$.

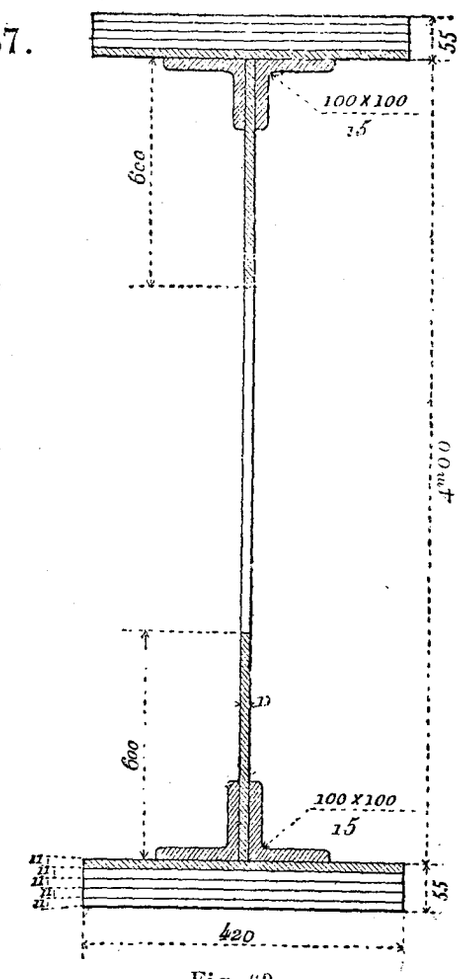


Fig. 63.

Ce qui, pour la deuxième travée, fait travailler le fer à

$$R = \frac{884521}{0{,}14949} = 5^{kg},92.$$

Avec 6 semelles de 11 $^{m}/^{m}$

$$\frac{I^{VI}}{v^{VI}} = 0{,}15279.$$

Et enfin, avec 6 semelles de 11 et une de 15 $^{m}/^{m}$

$$\frac{I^{VII}}{v^{VII}} = 0{,}177736.$$

Sur la pile le fer travaille donc à

$$R = \frac{1069985}{0{,}177736} = 6^{kg},02.$$

Les moments résistants se déterminent toujours comme il été dit page 34.

$$M_R = \frac{I}{v} \times 6 \times 10^6.$$

Le fer travaillant à 6 kilog. par millim. carré, les longueurs des semelles seront déterminées sur l'épure de flexion (pl. VI) pour la condition que le polygone des moments résistants enveloppe les courbes des moments fléchissants dans les trois hypothèses.

Calcul des treillis.

Nous avons fait remarquer ailleurs que les treillis doivent résister aux efforts tranchants et que leur travail ne doit être que de 5 kilog. par millim. carré de section.

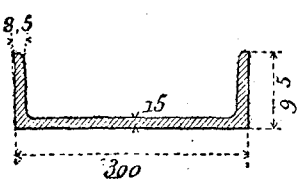


Fig. 64.

L'effort tranchant maximum $A_1 = 145145^{kg}$. produit sur la pile par la seconde travée, sera équilibré par la résistance des sections de 6 treillis en fers en ⊔ de $\frac{300 \times 15}{95 \times 12}$, chacun d'eux reçoit une charge normale

$$f = \frac{A_1}{6 \times \cos 45°} = \frac{145145}{6 \times 0{,}707} = 34164^{kg}.$$

La section ci-contre d'une barre donne $\Omega = 6420$ millim. carrés, d'où

$$R = \frac{34164}{6420} = 5^{k},32;$$

les deux panneaux sur pile auront des treillis de cet échantillon.

L'effort tranchant maximum sur la culée de la grande travée est produit dans la deuxième hypothèse.

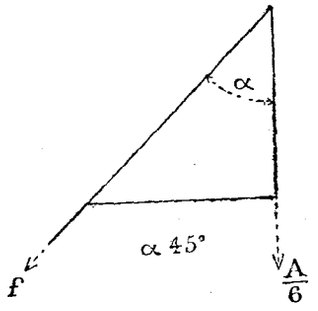


Fig. 65.

$$A'_1 = 100592^{kg}.$$

Soit pour chaque barre une charge normale

$$f = \frac{100592}{6 \times 0,707} = 23710^{kg}.00$$

La section des barres en fer ⊔ de $\frac{220 \times 15}{75 \times 12}$ est

$\Omega = 4740$ millim. carrés,

d'où

$$R = \frac{23710}{4740} = 5^{k},00.$$

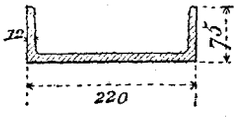


Fig. 66.

Les panneaux 7, 12 et 20 auront de ces treillis.

L'effort tranchant maximum sur la culée de la petite travée est produit dans la première hypothèse

$$A_0 = 82493^{kg},$$

soit $\frac{82493}{6 \times 0,707} = 19445$ kilog. sur une barre

La section du fer ⊔ de $\frac{175 \times 15}{67 \times 10}$ étant $\Omega = 3769$ $^{m}/_{m^2}$.

$$R = \frac{19445}{3769} = 5^{k},16.$$

Les panneaux 1, 2, 14 et 18 auront de ces treillis. Enfin $5^{k},00$ étant toujours le taux du travail, on a muni les panneaux 4 et 16 de barres en ⊔ de $\frac{140 \times 14}{60 \times 10}$.

Les panneaux de transition 3, 5, 6, 8, 13, 15, 17 et 19 auront des treillis des échantillons des deux panneaux contigus, de droite et de gauche.

Travail des rivets fixant les treillis.

Nous ne ferons ces calculs que pour les plus fortes barres de $\frac{300 \times 15}{95 \times 12}$. L'effort de traction ou de compression est de 34164 kilog. pour chacune, en les fixant aux âmes des poutres par 18 rivets de 22 millim. à chaque extrémité; ceux-ci travaillent à

$$\frac{34164}{380 \times 18} = 4^{kg},99.$$

Les barres suivantes de $\frac{220 \times 15}{75 \times 12}$ seront fixées par 14 rivets seulement, et ainsi de suite.

Travail des rivets fixant les tables aux cornières.

Soit h la hauteur de la poutre considérée entre les talons des cornières longitudinales. L'effort tranchant A en un point quelconque de la poutre produit à l'unité de distance un moment $A \times 1$, celui-ci détermine en a et b aux talons des cornières, un couple de forces f qui tendent à faire glisser les cornières le long des semelles, donc on a :

$$A \times 1 = 2\left(f \times \frac{h}{2}\right) \quad \text{ou} \quad A = fh, \quad \text{d'où} \quad f = \frac{A}{h}.$$

La résistance de la rivure doit faire équilibre à cette force.

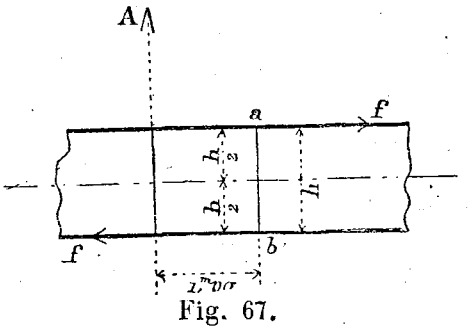


Fig. 67.

Si nous appliquons cette formule sur la pile où l'effort tranchant est maximum et égal à 145145 kilog., on a :

$$f = \frac{146145}{4} = 36286^{kg}.$$

Or sur un mètre de longueur la table est reliée aux cor-

nières par une double ligne de 9 rivets de 23 millim. de diamètre, ces 18 rivets donnent une section totale :

$$\Omega = 415{,}4 \times 18 = 7477 \text{ millim. carrés.}$$

Le travail du fer sera donc

$$R = \frac{36286}{7477} = 4^{kg},85 \text{ par millim. carré.}$$

Les rivets qui fixent les cornières aux âmes de la poutre subissent un travail de cisaillement un peu plus grand.

En effet, la hauteur de la poutre entre les lignes des rivets qui fixent les cornières sur les âmes n'est que de $3^{m},89$, donc

$$f' = \frac{145145}{3{,}89} = 27312^{kg}.$$

et le travail du fer est alors

$$R = \frac{27312}{7477} = 4^{kg},99 \text{ par millim. carré.}$$

Il n'y a que 9 rivets par mètre courant de poutre pour fixer les cornières sur les âmes, mais ces rivets travaillent ici au double cisaillement.

Il est admis que dans toutes les parties d'une poutre le travail des rivets doit être maintenu à 5 kilog. seulement, ces pièces étant déjà soumises à un travail de tension provenant du retrait qui s'est opéré dans le métal après leur pose à chaud.

Calcul des appuis.

Les appuis ont été calculés pour faire travailler les sommiers à un maximum de 20 kilog. par centim. carré. L'application de la formule spécialement employée dans les petits ponts pour déterminer les dimensions de ces appuis (page 35) donnerait ici des résultats beaucoup trop forts.

L'appui sur pile a $1^{m},80$ de longueur sur $0^{m},90$ de largeur à la base.

Or, la pression sur la pile est égale à la somme des efforts tranchants maxima $A_0' + A_1 = 130229 + 145145 = 275374^{kg}$

d'où

$$R' = \frac{275374}{180 \times 90} = 17^{kg},00 \text{ par centim. carré.}$$

Les appuis sur culées ont $1^m,15$ de long. sur $0^m,65$ de largeur, ce qui, pour la pierre, donne un travail maximum

$$R = \frac{100592}{115 \times 65} = 13^{kg},46 \text{ par centim. carré.}$$

Détermination du diamètre des rouleaux de dilatation.

En se posant comme condition que les appuis reposeront sur 7 rouleaux de $0^m,550$ de longueur, on peut rechercher le diamètre qu'il convient de donner à ces pièces, pour que le métal ne subisse pas de déformation permanente. L'effort tranchant maximum sur la culée étant 100592 kilog., on peut admettre qu'avec ce mode d'appui à rotule, cette pression totale se répartit également sur chacun des rouleaux.

Leur diamètre sera donc calculé pour résister à une charge de

$$\frac{100592}{7} = 14371^{kg} = Q$$

Le rayon du rouleau se déterminera alors par la formule :

$$r^2 = \frac{9}{64} \times \frac{EQ^2}{l^2 R^5} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Et la corde AB suivant laquelle a lieu le contact complet des deux surfaces est déterminée par la formule

$$a = 0{,}073r.$$

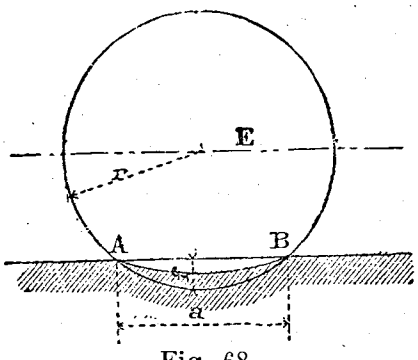


Fig. 68.

Dans ces formules :

E est le coefficient d'élasticité du métal des appuis et des rouleaux quand ces métaux sont de même nature.

R est le coefficient de résistance avec sécurité correspondant à ce coefficient d'élasticité.

l la longueur des rouleaux.
Q la pression sur le rouleau.
r le rayon du rouleau.
Ainsi, si tous ces appareils étaient en fonte on aurait

$$E = (9 \times 10^9) \quad \text{et} \quad R = 3 \times 10^6 \qquad \text{(Voir page 8)},$$

et la formule (7) donnerait

$$r = 0{,}0000068 \frac{Q}{l}$$

et pour l'application à ce cas

$$r = 0{,}0000068 \times \frac{14371}{0{,}55} = 0^m17,$$

soit $0^m{,}340$ de diamètre pour les rouleaux.

Mais si les appuis et les rouleaux sont en acier moulé, et c'est le cas présent, alors,

$$E = (18 \times 10^9) \text{ environ et } R = 10 \times 10^6$$

La formule (7) donne alors :

$$r^2 = \frac{9}{64} \times \frac{18 \times 10^9}{10^5 \times 10^{18}} \times \frac{Q^2}{l^2} \text{ ou } r = 0{,}00000159 \frac{Q}{l}$$

remplaçant :

$$r = 0{,}00000159 \times \frac{14371}{0{,}55} = 0^m{,}0415 ;$$

pour être dans de bonnes conditions de roulement, il a été adopté $r = 0^m{,}075$, soit un diamètre de 150 millim.

On aurait pour la corde de contact

$$a = 0{,}073 \times 0{,}075 = 0^m{,}00545.$$

Il est aisé de vérifier que ce résultat est vraisemblable.

En effet, sur les $0^m{,}550$ de longueur du rouleau il y aura une surface de contact totale de

$$5{,}45 \times 550 = 3008 \text{ millim. carrés.}$$

A 10 kilog. par millim. le travail résistant est de

$$3008 \times 10 = 30080^{kg},$$

et le rouleau n'est chargé que de 14371 kilog. seulement.

Résistance de la poutre à l'écrasement sur ses appuis.

1° *Sur la pile.* — La réaction verticale qui tend à écraser la poutre est égale à la somme des efforts tranchants maxima déterminés par la troisième hypothèse; cette réaction a été trouvée égale à 275374 kilog., elle est transmise par l'appui à la poutre dont la section horizontale à l'aplomb de cet appui présente la forme de la fig. 69 et une surface totale :

Ame	$1200 \times 11 = 13200$
Cornières	$12 \times 185 \times 15 = 33300$
Nervures	$6 \times 200 \times 16 = 19200$
	$\Omega = 65700$ mill. c.

d'où $R = \frac{275374}{56700} = 4^{kg},20$ par millim. carré.

2° *Sur la culée.* — La réaction verticale sur la culée est égale à l'effort tranchant maximum

$$A'_1 = 100592^{kg}.$$

La section horizontale du panneau sur cet appui est :

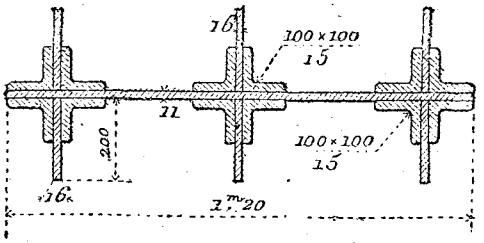


Fig. 69.

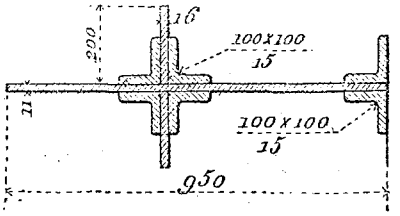


Fig. 70.

Ame.	$950 \times 11 = 10450$
Cornières	$6 \times 185 \times 15 = 16650$
Nervures	$2 \times 200 \times 16 = 6400$
	$\Omega = 33500$ millim. c.

d'où $R = \frac{100592}{33500} = 3^{kg},00$ par millim. carré.

Stabilité du pont en cas d'ouragan.

Sous l'action d'un vent d'ouragan le tablier pourrait être déplacé sur ses appuis, osciller sur l'un d'eux et être renversé comme il est indiqué fig. 71 ci-contre.

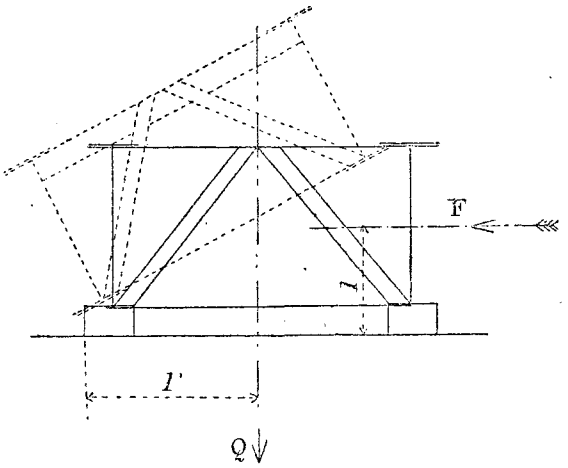


Fig. 71.

Un pareil mouvement s'exécuterait sous l'action d'une force F égale à la pression du vent sur la face de la poutre, agissant avec un bras de levier l égal à la demi-hauteur de la poutre, plus la hauteur des appuis, soit pour le cas présent $l = 2^{m},55$.

F peut se déterminer par mètre courant de tablier en supposant qu'un treillis très serré donne si peu de passage au vent à travers les barres, que la pression par mètre carré soit encore de 200 kilog. ; on aurait ainsi

$$F = 4,10 \times 200 = 820^{kg}.$$

et le moment de renversement pourrait être

$$820 \times 2,55 = 2091.$$

Le moment de stabilité qui fera équilibre à cette tendance au renversement sera donné par une force Q égale au poids propre du tablier par mètre courant soit 3200 kilog., agissant avec un bras de levier égal à la demi-largeur du tablier, tables comprises, soit

$$\frac{7,85 + 0,42}{2} = 4^{m},135 = l'.$$

Ce moment de stabilité serait $3200 \times 4,135 = 13232$ qui est de beaucoup supérieur à 2901.

La stabilité du tablier est donc assurée contre l'action de tout ouragan.

Remarque. — Pour en finir avec l'étude de ce premier projet de tablier à deux travées, remarquons que si les deux travées avaient été égales, les calculs auraient été simplifiés. On aurait eu $l_0 = l_1 = l = 38^m,00$ et la formule des trois moments

$$l_0 M_0 + 2(l_0 + l_1) M_1 + l_1 M_2 = \frac{1}{4}(p_0 l_0^3 + p_1 l_1^3)$$

serait devenue

$$4 l M_1 = (p_0 + p_1) \frac{l^3}{4};$$

d'où

$$M_1 = \frac{(p_0 + p_1) l^2}{16},$$

valeur plus simple pour le moment sur la pile.

La charge permanente eût été égale dans les deux travées et aurait eu pour valeur 1660 kilog.

Quant à la surcharge ministérielle, égale aussi dans les deux poutres, elle eut été de 4140 kilog.

Donc

$$p = 1660 + 4140 = 5800^{kg}$$

pour la poutre chargée.

PONT DE 140^m,85 D'OUVERTURE POUR ROUTE DE 5 MÈTRES DE LARGEUR.

(Planches 7 et 8)

Description sommaire.

Cet ouvrage a une longueur de 140^m,85 entre culées, l'ouverture totale a été divisée en trois travées, dont une centrale de 55 mètres et deux travées extrêmes égales de 44 mètres d'axe en axe des appuis. Le tablier est formé par deux poutres

à caisson de $5^m,90$ de hauteur, espacées de $7^m,97$ d'axe en axe. Ces poutres sont reliées à leur partie inférieure par des pièces de pont de $0^m,870$ de hauteur, aux écartements de $2^m,895$, et par des entretoises de $0^m,420$ de hauteur à leur partie supérieure, placées au droit des pièces de pont aux écartements de $5^m,79$. Cinq lignes d'entretoises de $0^m,400$ de hauteur courent parallèlement aux poutres sur toute la longueur du tablier et s'attachent aux pièces de pont, elles supportent quatre rangs de voûtes centrales de 22 centimètres d'épaisseur, sur lesquelles est établie la chaussée, deux autres rangs de voûtes de 11 centim. d'épaisseur seulement portent les trottoirs. Du dessus de la chaussée au-dessous des entretoises supérieures il y a une hauteur libre de $4^m,30$, qui est réglementaire comme minimum pour la circulation des voitures. Les tables supérieures des entretoises d'en haut et les tables inférieures des pièces de pont sont contreventées par des fers plats en diagonales qui s'opposent à la déformation du tablier. Chaque poutre principale est formée par deux cloisons distantes de $0^m,350$, fixées par des cornières de $\frac{90 \times 90}{12}$ sur des semelles de $0^m,650$ de largeur. Les âmes des poutres n'ont que $0^m,800$ de hauteur, cependant les deux lames inférieures centrales qui bordent le trottoir ont $1^m,25$ de hauteur.

Les deux cloisons des poutres fixées sur la même semelle sont reliées entre elles par les barres de treillis qui travaillent à la compression, ces barres sont de véritables poutrelles en fers plats et cornières. Les barres de treillis qui travaillent à la tension sont fixées à l'extérieur des deux cloisons, ce sont des fers en ⊔ de différentes forces.

Des travées.

En général on donne une même longueur aux portées centrales d'une poutre continue, les travées de rive reçoivent une longueur un peu moindre; le rapport est de $\frac{4}{5}$ pour les portées de rive comparées aux travées des poutres centrales. Ce

rapport est généralement adopté chaque fois que des circonstances forcées n'y viennent pas mettre opposition. Il y a deux raisons pour cela, la première est que ce rapport est très convenable pour l'œil, la seconde est obligatoire, si l'on veut que les poutres extrêmes aient une section à peu près semblable à celle des travées centrales, car celles-ci étant encastrées entre les deux autres, sous des charges égales, leur

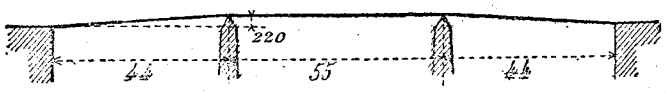


Fig. 72.

moment fléchissant est toujours moindre que celui qui se développe dans les travées extrêmes qui sont simplement appuyées à une de leurs extrémités.

Ce sont ces considérations qui ont fait partager le débouché total en travers de 143 mètres en trois travées dont la travée centrale a 55 mètres de portée et les travées extrêmes 44 mètres.

Pour flatter le coup d'œil d'ensemble de l'ouvrage et pour faciliter l'écoulement des eaux sur la chaussée, on a donné une pente longitudinale de 5 millimètres par mètre aux travées de rive, tandis que la travée centrale est en palier.

La différence de hauteur des appuis sur pile et sur culée provenant de ce fait est de $0{,}005 \times 44 = 0^{m},22$. Cette différence n'est pas assez importante pour diminuer sensiblement l'exactitude des calculs qui s'appliquent à une poutre reposant sur des appuis de niveau.

Calcul des entretoises.

Écartement des entretoises $1^{m},40$
Portée. . . . . $l = 2^{m},89$

La charge accidentelle déterminant le moment fléchissant maximum dans cette pièce est le passage d'une roue de chariot de 11 tonnes à un essieu, sur le milieu de sa portée, soit une charge $P = 5500$ kilog.

La charge permanente uniformément répartie sur cette entretoise est par mètre courant :

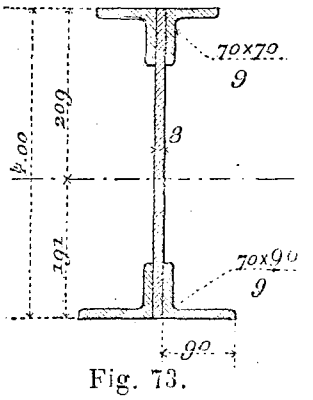


Fig. 73.

Chaussée et voûte $1,40 \times 0,60 \times 1800 =$	1512^{kg}
Métal, poids propre de la pièce . . .	75
Charge totale sur la pièce	1587^{kg}

Le moment fléchissant au milieu et dû à ces deux charges simultanées sera donc :

$$M = \frac{Pl}{4} + \frac{pl^2}{8} = \frac{5500 \times 2,89}{4} + \frac{1587 \times \overline{2,89}^2}{8} = 5631.$$

La section de la pièce représentée ci-contre donne :

$$\frac{I}{0,209} = 0,00108$$

d'où

$$R = \frac{5631}{0,00108} = 5^{kg},21.$$

Pièces de pont.

Écartement des pièces de pont $2^m,895$
Portée. . . . . $l = 7^m,60$

Lorsque deux chariots de 11 tonnes se croisent sur le milieu de la chaussée et à l'aplomb d'une pièce de pont (fig. 74),

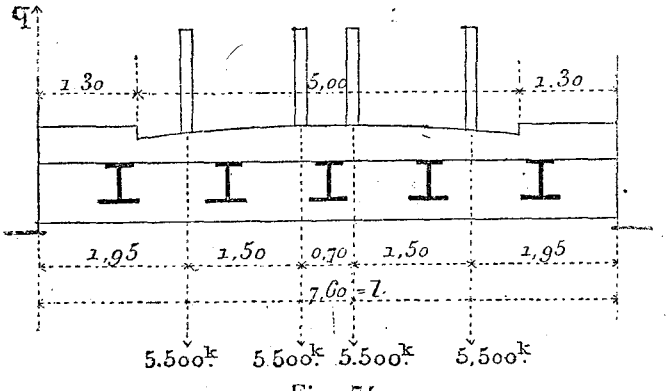


Fig. 74.

ils déterminent dans cette poutre le moment de plus grande

fatigue. Ces charges accidentelles produisent à l'appui de gauche de la poutre une réaction

$$q = 5500 \times 2 = 11000^{kg}.$$

Et un moment fléchissant au milieu de la poutre

$$m = q \times \frac{l}{2} - 5500\,[0{,}35 + (0{,}35 + 1{,}50)] = 29700.$$

Le moment dû à la charge permanente se détermine comme suit :

Voûte et chaussée, $2^m{,}895 \times 0{,}60 \times 1800$	$= 3126$
Métal des entretoises	$= 188$
Métal de la pièce elle-même	$= 486$
Charge permanente par mètre courant.	$= 3800^{kg} = p.$

Le moment au milieu de la pièce de pont produit par cette charge est

$$m' = \frac{pl^2}{8} = \frac{3800 + \overline{7{,}60}^2}{8} = 27436.$$

Le moment total dû à la charge et à la surcharge sera donc

$$M = m + m' = 29700 + 27436 = 57136.$$

Pour la section de la poutre avec deux semelles, dont une

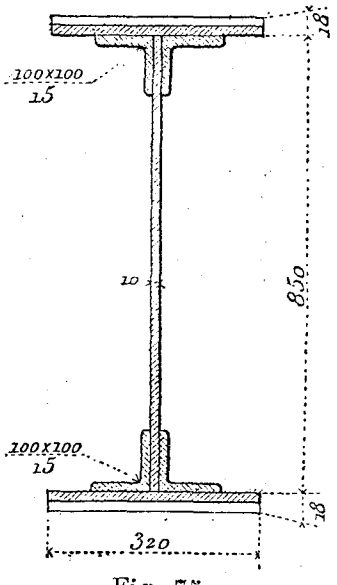


Fig. 75.

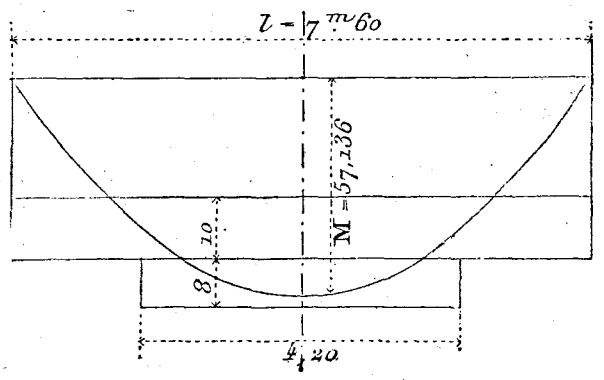


Fig. 76.

de 10 et une de 8 millim., on a :

$$\frac{I}{v} = 0{,}009963$$

d'où $$R = \frac{57136}{0{,}009963} = 5^{kg}{,}94 \text{ par millimètre carré.}$$

L'épure de flexion ci-dessus détermine la longueur de la semelle de 8 millim. étant donné que pour la seule semelle de 10 millim., rivée sur cornières, on a :

$$\frac{I'}{v'} = 0{,}00789.$$

Détermination de la surcharge maxima uniformément répartie sur le tablier.

Avant de déterminer cette surcharge, nous croyons intéressant de représenter par les figures ci-après les dimensions usuelles des chariots les plus lourds, ainsi que l'espace libre qu'ils peuvent occuper dans le sens de la longueur avec leurs attelages complets, tels que ceux-ci sont disposés, pour rou-

Chariot de 11 tonnes à un essieu avec son attelage complet.

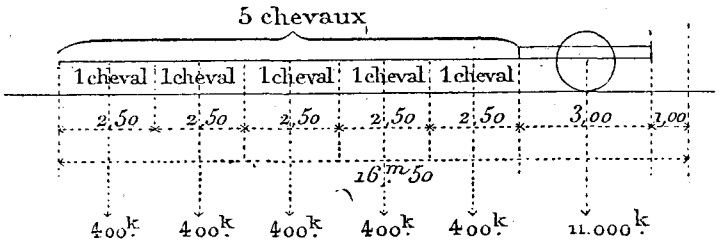


Fig. 77.

ler les charges maxima de 11 et 16 tonnes dont parle la circulaire ministérielle du 9 juillet 1877 (page 14).

Le poids moyen d'un cheval est de 400 kilog.

Deux files d'attelages pouvant circuler simultanément sur la chaussée du pont, les chariots de 16 tonnes avec leurs atte-

Chariot de 16 tonnes à deux essieux avec son attelage complet.

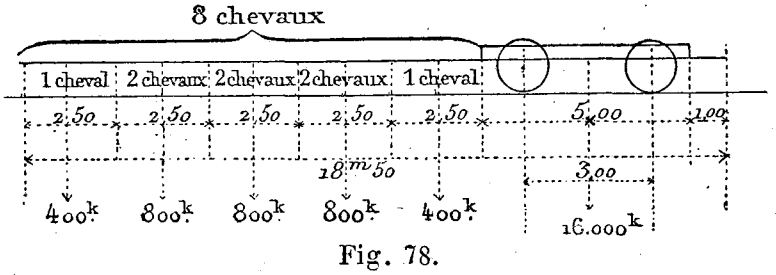


Fig. 78.

lages compris produiraient sur les poutres une surcharge de

$\frac{38400}{18,50} = 2076^{kg}$, car on a $38400 = 2\,(16000 + 400 \times 8)$.

Les chariots de 11 tonnes avec leurs attelages produiraient par mètre courant de chaussée une surcharge de

$\frac{26000}{16,50} = 1575^{kg}$, car on a $2\,(11000 + 400 \times 5) = 26000^{kg}$.

Mais, aux termes de la circulaire, il y a lieu de voir si la surcharge de 300 kilog. uniformément répartie sur la chaussée et les trottoirs, ne déterminerait pas un plus grand travail du fer.

Or, cette combinaison, pour une route de $7^{m},60$ de largeur, donnerait, par mètre courant de tablier, une surcharge totale

de $$7,60 \times 300 = 2280^{kg},$$

surcharge supérieure à celles des deux combinaisons ci-dessus; c'est donc cette dernière qui nous servira de base pour les calculs des poutres.

Calcul des poutres.

Portées $l_0 = l_2 = 44^{m}$ $l_1 = 55^{m}$.

Charge permanente par mètre courant de tablier :

Chaussée et voûtes, trottoirs, $0,60 \times 7,60 \times 1800 =$		8208^{kg}
Métal	Ames, semelles, cornières et treillis Pièces de pont et entretoises, contreventement	3852^{kg}
	TOTAL	12060^{kg}

Charge par mètre courant de poutre

$$\frac{12060}{2} = 6030^{kg}.$$

Charge et surcharge par mètre courant de poutre :

$$\frac{12060 + 2280}{2} = 7170^{kg}.$$

En reprenant les deux premières formules d'application du théorème des trois moments données au commencement de ce mémoire, et posant pour le cas présent

$$l_0 = l_2, \quad n = \frac{l_0}{l_1} \quad \text{d'où} \quad l_0 = nl_1 = l_2$$

Enfin remarquant que $M_0 = 0$ et $M_3 = 0$, les deux premières formules deviennent

$$2(nl_1 + l_1)M_1 + l_1 M_2 = \frac{1}{4}(p_0 n^5 l_1^3 + p_1 l_1^3)$$

$$l_1 M_1 + 2(l_1 + nl_1)M_2 = \frac{1}{4}(p_1 l_1^3 + p_2 n^3 l_1^3.$$

La résolution de ces deux équations par rapport aux deux inconnues M_1 et M_2 donne

$$M_1 = \frac{l_1^2}{4} \times \frac{2(n^4 + n^3)p_0 + (2n+1)p_1 - n^3 p^2}{4n^2 + 8n + 3}$$

$$M_2 = \frac{l_1}{4} \times \frac{2(n^4 + n^3)p_2 + (2n+1)p_1 - n^3 p_0}{4n^2 + 8n + 3}.$$

Telles sont les deux formules qui déterminent les moments de rupture sur les appuis dans les diverses hypothèses de répartition de surcharge.

Les hypothèses à faire pour la distribution de la surcharge sur un pont à trois travées, et dont les travées extrêmes sont égales, sont les suivantes :

1° La première travée seule chargée ;

2° La deuxième travée seule chargée ;

3° Les deux travées contiguës seules chargées.

Ces trois seules hypothèses représentées par le diagramme ci-contre (fig. 79) correspondent aux conditions les plus défavorables pour le travail du métal.

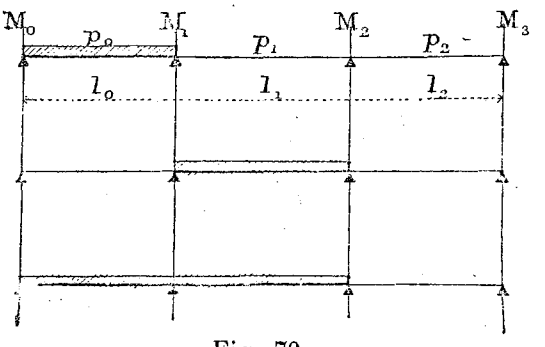


Fig. 79.

Il serait possible de faire les deux autres hypothèses suivantes :

4° La troisième travée seule chargée ;

5° Les deux dernières travées seules chargées.

Mais ces hypothèses 4 et 5 donneraient des résultats identiques aux premières 1 et 3.

Première hypothèse. — La première travée seule chargée.

$$p_0 = 7170^{kg}, \quad p_1 = p_2 = 6030^{kg}.$$

$$l_0 = l_2 = 44^{m},00, \quad l_1 = 55^{m},00, \quad n = \frac{l_0}{l_1} = \frac{44}{55} = 0,80$$

Sur la première pile, l'application de la formule (1) donne :

$$M_1 = \frac{\overline{55}^2}{4} \times \frac{2(\overline{0,8}^4 + \overline{0,8}^3)\,7170 + (2 \times 0,8 + 1)\,6030 - \overline{0,8}^3 \times 6030}{4 \times \overline{0,8}^2 + 8 \times 0,8 + 3} = 1631779,$$

$$M_2 = \frac{\overline{55}^2}{4} \times \frac{2(\overline{0,8}^4 + \overline{0,8}^3)\,6030 + (2 \times 0,8 + 1)\,6030 - \overline{0,8}^3 \times 7170}{4 \times \overline{0,8}^2 + 8 \times 0,8 + 3} = 1461883.$$

Première travée. — La détermination du moment fléchissant en un point de la première travée est toujours donnée par la formule générale (2) qui, pour cette travée, sera de la forme

$$\mu = M_0 + \frac{p_0 x^2}{2} - \left(\frac{p_0 l_0}{2} - \frac{M_1 - M_0}{l_0}\right) x,$$

dans laquelle $M_0 = 0$ et μ devient maximum pour

$$x = \frac{l_0}{2} - \frac{M_1}{p_0 l_0} = \frac{44}{2} - \frac{1631779}{7170 \times 44} = 16^{m},827;$$

d'où

$$\mu = \frac{7170 \times \overline{16,827}^2}{2} - \left(\frac{7170 \times 44}{2} - \frac{1631779}{44}\right) 16,827 = -1015161.$$

Efforts tranchants. — De gauche :

$$A_0 = \frac{p_0 l_0}{2} - \frac{M_1}{l_0} = \frac{7170 \times 44}{2} - \frac{1631779}{44} = 120650^{kg}.$$

De droite :

$$A'_0 = p_0 l_0 - A_0 = 7170 \times 44 - 120650 = 194830.$$

Deuxième travée :

$$\mu = M_1 + \frac{p_1 x^2}{2} - \left(\frac{p_1 l_1}{2} - \frac{M_2 - M_1}{l_1}\right) x,$$

qui devient maximum pour

$$x = \frac{l_1}{2} - \frac{M_2 - M_1}{p_1 l_1} = \frac{55}{2} - \frac{1461883 - 1631779}{6030 \times 55} = 28^m,012;$$

d'où

$$\mu = 1631779 + \frac{6030 \times \overline{28,012}^2}{2} - \left(\frac{6030 \times 55}{2} - \frac{1461883 - 1631779}{55}\right) 28,012$$

$$\mu = -734050.$$

Efforts tranchants. — De gauche :

$$A_1 = \frac{6030 \times 55}{2} - \frac{1461883 - 1631779}{55} = 168913^{kg}.$$

De droite :

$$A'_1 = 6030 \times 55 - 168913 = 162737^{kg}.$$

Troisième travée :

$$\mu = M_2 + \frac{p_2 x^2}{2} - \left(\frac{p_2 l_2}{2} - \frac{M_3 - M_2}{l_2}\right) x,$$

et comme $M_3 = 0$

$$\mu = M_2 + \frac{p_2 x^2}{2} - \left(\frac{p_2 l_2}{2} + \frac{M_2}{l_2}\right) x$$

qui devient maximum poúr

$$x = \frac{l_2}{2} + \frac{M_2}{p_2 l_2} = \frac{44}{2} + \frac{1461883}{6030 \times 44} = 27^m,506,$$

et

$$\mu = 1461883 + \frac{6030 \times \overline{27,506}^2}{2} - \left(\frac{6030 \times 44}{2} + \frac{1461883}{44}\right) 27,506 = -819843$$

$$A_2 = \frac{6030 \times 44}{2} + \frac{1461883}{44} = 165860^{kg}.$$

$$A'_2 = 6030 \times 44 - 165860 = 99460^{kg}.$$

En continuant les calculs pour les deux autres hypothèses, on a dressé le tableau suivant qui contient tous les résultats

nécessaires pour pouvoir construire les épures de flexion, comme il a été indiqué dans le projet ci-devant.

Nous n'aurons ici que deux paraboles différentes, l'une ayant un paramètre de $\frac{1}{7170}$ pour la charge de 7170 kilog. par mètre courant, l'autre un paramètre de $\frac{1}{6030}$ pour la charge uniformément répartie de 6030 kilog. par mètre courant de poutre.

PREMIÈRE HYPOTHÈSE. — La première travée seule chargée.

$p_0 = 7170^{kg}$ $p_1 = p_2 = 6030^{kg}$
$M_1 = 1631779$ $M_2 = 1461883$

1re *Travée.*	2me *Travée.*	3me *Travée*
$x = 16^m,827$	$x = 28^m,012$	$x = 27^m,506$
$\mu = -1015161$	$\mu = -734050$	$\mu = -819843$
$A_0 = 120650^{kg}$	$A_1 = 168913$	$A_2 = 165860^{kg}$
$A'_0 = 194830^{kg}$	$A'_1 = 162737^{kg}$	$A'_2 = 99640$

DEUXIÈME HYPOTHÈSE. — La deuxième travée seule chargée.

$p_0 = p_2 = 6030^{kg}$ $p_1 = 7170^{kg}$
$M_1 = 1686271$ $M_2 = 1686271$

$x = 15^m,644$	$x = 27^m,50.$	$x = 28^m,356$
$\mu = -738950$	$\mu = -1024885$	$\mu = -738950$
$A_0 = 94334$	$A_1 = 197175$	$A_2 = 170986$
$A'_0 = 170986$	$A'_1 = 197175$	$A'_2 = 94334$

TROISIÈME HYPOTHÈSE. — Les deux premières travées seules chargées.

$p_0 = p_1 = 7170^{kg}$ $p_2 = 6030^{kg}$
$M_1 = 1819197$ $M_2 = 1649427$

$x = 16^m,234$	$x = 27^m,930$	$x = 28^m,217$
$\mu = -944740$	$\mu = -977453$	$\mu = -751063$
$A_0 = 116398$	$A_1 = 200258$	$A_2 = 170147$
$A'_0 = 199082$	$A'_0 = 194092$	$A'_2 = 95173$

On déterminera ensuite le polygone des moments résistants en ayant soin de donner aux poutres les mêmes résistances sur la deuxième pile et dans la troisième travée, que celles qui ont été trouvées nécessaires par l'étude de la première et de

la troisième hypothèse ; cela est nécessaire pour satisfaire aux deux hypothèses 4 et 5 qui n'ont pas été étudiées, mais qui donneraient des résultats identiques à la première et à la troisième du tableau ci-devant.

La recherche des moments d'inertie de la poutre donne les résultats suivants :

Avec une seule semelle de 10 millim. sur cornières

$$\frac{I}{v} = \frac{0{,}65 \times \overline{5{,}87}^3 - 0{,}27 \times \overline{5{,}85}^3 - 0{,}312 \times \overline{5{,}826}^3 - 0{,}048 \times \overline{5{,}67}^3 - 0{,}02 \times \overline{4{,}25}^3}{6 \times 5{,}87}$$

$$\text{Soit} \qquad \frac{I}{v} = 0{,}155189$$

Avec une semelle de 10 millim. et une de 9 millim.

$$\frac{I'}{v'} = \frac{0{,}65 \times \overline{5{,}883}^3 - 0{,}27 \times \overline{5{,}85}^3 - 0{,}312 \times \overline{5{,}826}^3 - 0{,}048 \times \overline{5{,}67}^3 - 0{,}02 \times \overline{4{,}25}^3}{6 \times 5{,}87}$$

$$\text{Soit} \qquad \frac{I'}{v'} = 0{,}189236$$

Ce qui au milieu des travées donne un travail

$$R = \frac{1024885}{0{,}189236} = 5^{kg},42 \text{ par millim. carré.}$$

Avec deux semelles de $10^{m}/^{m}$ $\dfrac{I''}{v''} = 0,\ 193015.$

Avec trois semelles de $10^{m}/^{m}$ $\dfrac{I'''}{v'''} = 0{,}230838.$

Avec quatre semelles de $10^{m}/^{m}$ $\dfrac{I^{IV}}{v^{IV}} = 0{,}26868.$

Avec cinq semelles de $10^{m}/^{m}$

$$\frac{I^{V}}{v^{V}} = \frac{0{,}65 \times \overline{5{,}95}^3 - 0{,}27 \times \overline{5{,}85}^3 - 0{,}312 \times \overline{5{,}826}^3 - 0{,}048 \times \overline{5{,}67}^3 - 0{,}02 \times \overline{4{,}25}^3}{6 \times 5{,}95}$$

$$\text{Soit} \qquad \frac{I^{V}}{v^{V}} = 0{,}30652.$$

Ce qui, sur les piles, fait travailler le fer à

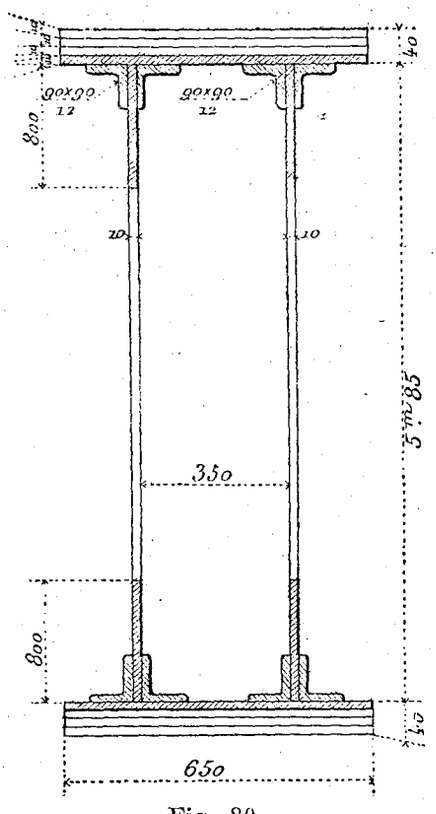


Fig. 80.

$$R = \frac{1819197}{0,30652} = 5^{kg},93.$$

Les moments résistants correspondants aux moments d'inertie ci-dessus se trouvent en résolvant la formule

$$M_R = \frac{I}{v} \times 6 \times 10^6 ;$$

les longueurs des semelles ont été déterminées comme il a été dit dans le projet précédent.

Calcul des treillis.

L'effort tranchant maximum de 200258 kilog. sur la pile sera équilibré par quatre treillis (deux à l'intérieur des poutres en forme de fers H composés, et deux à l'extérieur des poutres en forme de fers en ⊔).

L'inclinaison des treillis étant de 45°, chaque barre recevra une charge normale

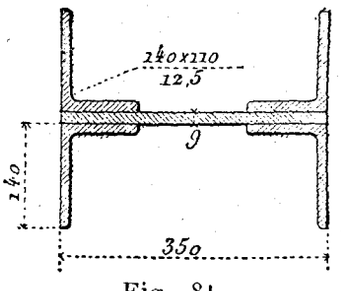


Fig. 81.

$$f = \frac{A_1}{4 \cos 45^\circ} = \frac{200258}{4 \times 0,707} = 70812^{kg}.$$

Une barre de la forme de la section (fig. 81) ci-contre, travaille à la compression, et est fixée dans le caisson de la poutre ; les barres tendues sont formées par deux fers en ⊔ de section (fig. 82) et sont fixées à l'extérieur des poutres.

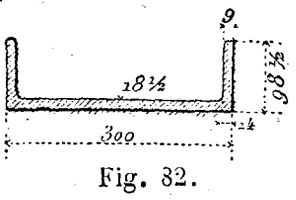


Fig. 82.

Pour la première section, la surface du métal est

$$\Omega = 15025 \text{ millim. carrés ;}$$

le fer travaille donc à $\frac{70812}{15025} = 4^{kg},71.$

La barre tendue composée de deux sections en fer en ⊔ de

$$\frac{300 \times 18,5}{98,5 \times 11,5}$$

donne $\Omega' = 7390 \times 2 = 14780$ millim. carrés ;

le fer travaille à $\frac{70812}{14780} = 4^{kg},79.$

Les deux panneaux sur chaque pile seront pourvus de barres de treillis ainsi composées :

Sur les culées l'effort tranchant maximum est

$$A_0 = 120650^{kg};$$

soit, pour chaque barre, une charge normale

$$f = \frac{120650}{4 \times 0,707} = 46198^{kg}.$$

La barre comprimée a la section ci-contre (fig. 83) pour laquelle

$\Omega = 10759$ millim. carrés ;

donc $R = \frac{46198}{10759} = 4^{kg},29.$

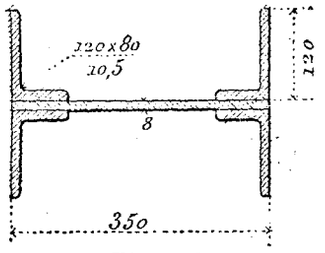


Fig. 83.

La barre tendue est représentée par deux fers en ⊔ (fig. 84) qui donnent

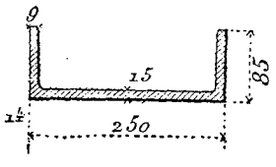


Fig. 84.

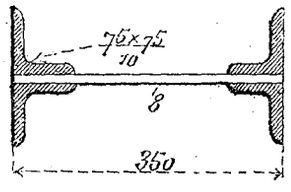


Fig. 85.

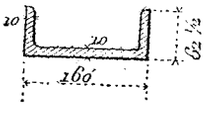


Fig. 86.

$$\Omega = 5360 \times 2 = 10720 \text{ millim. carrés}$$

et $$R' = \frac{46196}{10720} = 4^{kg},30.$$

Au centre des travées où l'effort tranchant est très faible, ou même nul, on mettra des poutrelles à treillis comme barres comprimées, et des fers en ⊔ de

$$\frac{160 \times 10}{62\,1/2 \times 10}$$

comme barres tendues et extérieures.

Détermination de la flèche maxima d'une travée.

Quelle que soit la travée, cette flèche se produira toujours au point où le moment fléchissant est maximum.

Si nous considérons la première travée de gauche, la flèche la plus grande se mesurera en *d*.

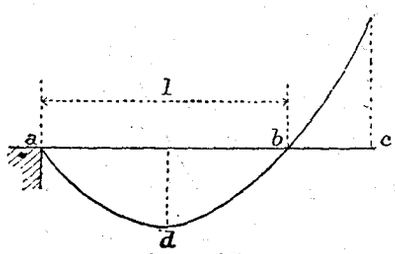


Fig. 87.

Pour calculer cette flèche, considérons le point *b* symétrique du point *a* par rapport à l'axe de la courbe, la poutre pourra être considérée comme simplement appuyée en *a* et *b*, et son moment fléchissant en *d* pourrait alors s'obtenir par la formule

$$\mu = \frac{pl^2}{8}.$$

La flèche *f* en *d* serait donnée par la formule habituelle :

$$f = \frac{5pl^4}{384\,EI}.$$

Ainsi dans la première hypothèse, remplaçons en posant

$$p = 7170,$$
$$l = 16{,}827 \times 2 = 33^{m},654, \qquad E = 16 \times 10^{9}$$
$$I = \frac{I}{v} v = 0{,}189236 \times \frac{5{,}918}{2} = 0{,}559949$$

on a

$$f = \frac{5 \times 7170 \times \overline{33{,}654}^{4}}{384 \times 16000000000 \times 0{,}559949} = 0^{m},0169.$$

Résistance des poutres à l'écrasement sur les appuis.

1° *Sur pile* : Le maximum de la réaction verticale sur la pile est :

$$A_0' + A_1 = 199082 + 200258 = 399340^{kg}.$$

La section horizontale de la poutre à l'aplomb de la pile donne, d'après la fig. 88 ci-après :

$$\Omega = 80988\ ^{m}/_{m^2}$$

d'où

$$R = \frac{399340}{80988} = 4^{kg},93,$$

2° *Sur la culée* : La réaction verticale sur culée est égale à l'effort tranchant maximum.

$A^o = 120650^{kg}$.

La section horizontale du panneau correspondant à cet appui donne

$\Omega = 47610$ millim. carrés

d'où

$$R = \frac{120650}{47610} = 2^{kg},54.$$

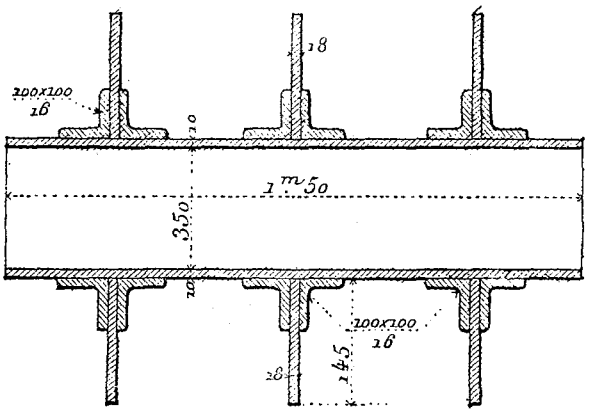


Fig. 88.

Des appuis. — Les bases des appuis ont encore été calculées pour faire travailler les sommiers en pierre de 10 à 20 kil. par centimètre carré.

Ainsi, sur les piles, la charge totale étant de 399340 kilog., la base d'application de l'appui a 2 mètres de long sur $1^m,10$ de large, soit une surface de

$200 \times 100 = 22000$ cent. carrés

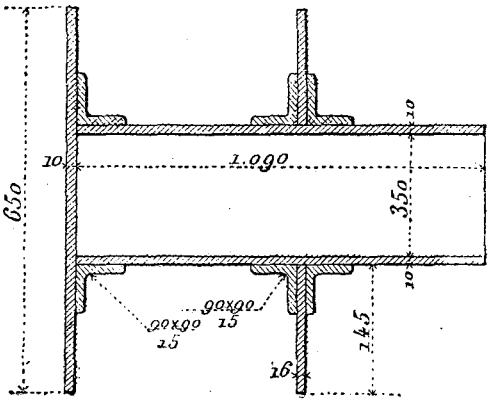


Fig. 89.

d'où $R = \frac{399340}{22000} = 18^{kg},15$ par centimètre carré,

sur la culée on a $A_o = 120650$.

La base de l'appui a $1^m,30$ de long sur 1 mètre de large soit $130 \times 100 = 13000$ centimètres carrés :

$$R = \frac{120650}{13000} = 9^{kg},50 \text{ par centimètre carré.}$$

Les bases des appuis sont emprisonnées dans un cadre en cornières de $\frac{100 \times 80}{12}$ scellé dans la maçonnerie.

L'appui fixe posé sur la pile de droite, a même partie supérieure que l'appui mobile posé sur la pile de gauche, mais la partie inférieure du premier est d'une seule pièce de fonte.

Les rouleaux sont en fonte, et ils ont été calculés comme précédemment.

Du choix des appareils de dilatation.

Les deux types d'appuis employés pour ces deux projets ont un immense avantage sur le modèle qui figure dans le pont de 18 mètres étudié ci-devant.

En effet, dans le mode d'appui ci-dessous, qui est le plus

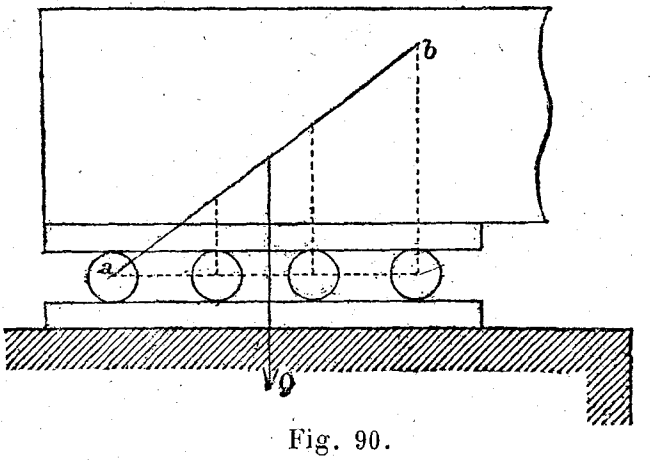


Fig. 90.

simple possible, la pression totale Q se répartit sur chacun des rouleaux à peu près suivant les ordonnées d'une ligne droite *ab*, la somme des ordonnées de cette droite étant égale à Q ; le dernier galet de gauche ne supporte donc presque aucune charge, tandis que le galet de droite, près du bord de la culée, se trouve être le plus chargé.

Les appareils de roulement travaillent donc inégalement et comme leurs diamètres doivent être calculés d'après le galet le plus chargé, les calculs donnent toujours un nombre et un diamètre trop grands pour ces pièces.

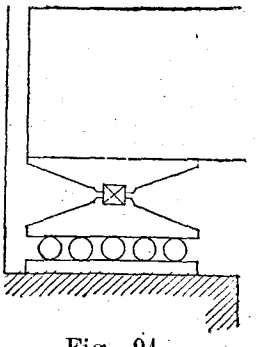


Fig. 91.

Le système ci-contre à genouillère, présente l'immense avantage de répartir également la pression sur chaque galet, et de permettre la flexion libre de la poutre.

Reste à examiner le choix du type de galets. Le galet complètement cylindrique employé dans le premier projet, tient

en largeur un espace plus grand que le galet méplat employé dans le dernier projet, partant, il faut une plus grande longueur d'appui avec le galet complètement cylindrique qu'avec le galet méplat. Cependant ce dernier type est impossible à employer dans le cas où la poutre, étant d'une grande longueur, aurait un allongement de dilatation de $0^m,150$ à $0^m,200$ à chaque extrémité, le galet méplat ne permettrait pas ce déplacement.

Dans ce dernier projet, l'allongement pour la dilatation sur pile doit être environ, pour 50° de variation de température.

$$(55 + 44)\, 0{,}000012 \times 50 = 0^m,0594.$$

Moments de rupture sur les points d'appui de même hauteur d'une poutre continue et de section constante.

Les calculs des ponts à 4, 5, 6 travées s'exécutent toujours sur les mêmes bases.

Nous donnons ci-après, pour mémoire, les quelques formules qui n'ont pas été employées dans le cours de ces deux études, mais qui s'obtiennent de la même manière.

En donnant les mêmes dénominations que précédemment, et faisant

$$n = \frac{l_0}{l_1}$$

on a :

Cas de deux travées égales.

$$M_1 = \frac{l_1^2}{8} \times \frac{p_0 + p_1}{2} = \frac{l_1^2\,(p_0 + p_1)}{16}.$$

Cas de trois travées égales.

$$M_1 = \frac{l_1^2}{60}\,(4p_0 + 3p_1 - p_2)$$

$$M_2 = \frac{l_1^2}{60}\,(4p_2 + 3p_1 - p_0).$$

Cas de quatre travées, les travées extrêmes étant égales, les travées intermédiaires étant égales entre elles.

$$M_1 = \frac{l_1^2}{4} \times \frac{(8n^4 + 7n^3)\,p_0 + (6n+5)\,p_1 - (2n+1)\,p_2 + n^3 p_3}{16n^2 + 28n + 12}$$

$$M_2 = \frac{l_1^2}{8} \times \frac{-n^3 p_0 + (2n+1)\,p_1 + (2n+1)\,p_2 + n^3 p_3}{4n+3}$$

$$M_3 = \frac{l_1^2}{4} \times \frac{(8n^4 + 7n^3)\,p_3 + (6n+5)\,p_2 - (2n+1)\,p_1 + n^3 p_0}{16n^2 + 28n + 12}$$

Cas de cinq travées, les travées extrêmes étant égales, les travées intermédiaires étant égales entre elles.

$$M_1 = \frac{l_1^2}{4} \times \frac{(30n^4 + 26n^3)\,p_0 + (22n+19)\,p_1 - (6n+5)\,p_2 + (2n+1)\,p_3 - n^3 p_4}{60n^2 + 104n + 45}$$

$$M_2 = \frac{l_1^2}{4} \times \frac{-(8n^4 + 7n^3)\,p_0 + (8n+7)(2n+1)\,p_1 + 2(n+1)(6n+5)\,p_2 - 2(n+1)(2n+1)\,p_3 + 2n^3(n+1)\,p_4}{60n^2 + 104n + 45}$$

$$M_3 = \frac{l_1^2}{4} \times \frac{-(8n^4 + 7n^3)\,p_4 + (8n+7)(2n+1)\,p_3 + 2(n+1)(6n+5)\,p_2 - 2(n+1)(2n+1)\,p_1 + 2n^3(n+1)\,p_0}{60n^2 + 104n + 45}$$

$$M^4 = \frac{l_1^2}{4} \times \frac{(30n^4 + 26n^3)\,p_4 + (22n+19)\,p_3 - (6n+5)\,p_2 + (2n+1)\,p_1 - n^3 p_0}{60n^2 + 104n + 45}$$

Telles sont les formules employées pour les cas qui n'ont pas été étudiés ci-devant.

Les formules pour les ponts ayant plus de cinq travées, sont de plus en plus compliquées, mais on peut simplifier l'étude de ces projets et obtenir des résultats d'une exactitude suffisante pour la pratique, par l'application des formules du cas de cinq travées.

Ainsi, supposons qu'il s'agisse d'un pont à sept travées ; dans ce cas, les travées extrêmes sont presque toujours égales entre elles, et les travées centrales égales aussi entre elles. On exécutera les calculs et les épures pour un pont à cinq travées, ayant les mêmes ouvertures extrêmes et les mêmes ouvertures centrales que le pont à sept travées, et on appliquera à celui-ci les résultats trouvés pour les travées correspondantes du projet à cinq travées, en sorte que les trois travées centrales du pont à sept travées, seront construites avec les résultats qui s'appliquent à la travée centrale du projet à cinq travées.

Les travées extrêmes et contiguës aux travées extrêmes, seront les mêmes dans les deux projets. Cela revient à faire un projet à cinq travées, à le couper par le milieu, et à intercaler trois travées égales à la travée coupée.

Considérations générales sur la construction des tabliers métalliques.

Les tabliers métalliques que nous venons d'étudier, constituent, par leurs formes généralement adoptées en France, ce qu'on appelle le type de pont français.

Depuis sa première apparition, la poutre droite en treillis a subi diverses variations dans sa forme ; on a d'abord construit les treillis simples sans croisement et formant des triangles isocèles, puis des treillis plats à mailles très serrées, ce qui donnait peu de rigidité au plan de l'âme de la poutre et beaucoup de prise au vent ; on paraît revenir aujourd'hui aux treillis moins serrés, mais formés de barres en fer profilé, ce qui donne un coup d'œil plus satisfaisant à la poutre, et augmente la rigidité du plan de l'âme.

Liste des plus grands ponts du monde.

Nous terminerons cette étude en donnant la liste des plus grands ponts métalliques du monde, tous construits dans ces dernières années.

1° Le pont de Pouchkepsie qui a des poutres droites de 157^{m},50 de portée ;

2° Les ponts du Douro, en Espagne, de Garabit, dans le Cantal, avec des arcs de 172 et 180 mètres d'ouverture (ces deux ponts sont construits sur le même type) ;

3° Le pont de Kulembourg, avec des portées de 147^{m},50 ;

4° Le pont de Bommel, avec des ouvertures de 118 mètres ;

5° Le pont suspendu sur le Niagara, avec 200 mètres de portée ;

6° Le pont de Saint-Louis sur le Mississipi, avec trois arches de 150 mètres ;

7° Le pont sur le Wal près de Nimègues, avec des poutres arquées de 127 mètres de longueur ;

8° Le pont sur le Britannia avec des poutres droites de 138 mètres de portée ;

9° Le pont de Saltash en Angleterre, jeté sur un bras de mer, avec deux travées de 136 mètres de portée chacune, du type Bow-String.

10° Le pont suspendu entre New-York et Broklyn, avec une travée principale de 486 mètres et des travées extrêmes de 283 mètres ;

11° Enfin nous terminons cette nomenclature par le plus formidable de tous, dont la construction est à peine commencée : c'est le pont sur la Tay et le Forth en Écosse, dont

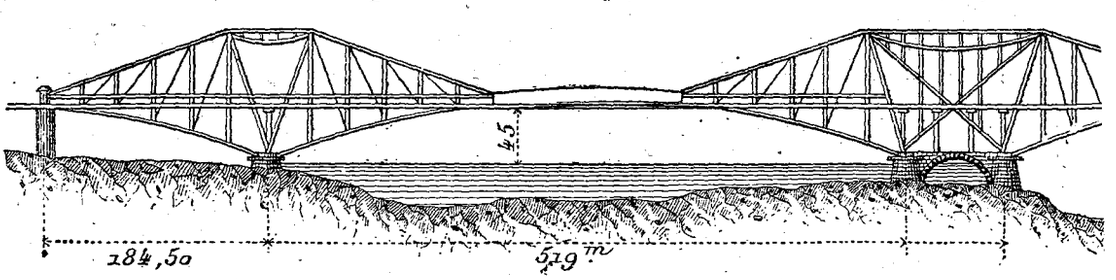


Fig. 92.

nous donnons le croquis ci-dessus et qui arrive avec des ouvertures de 519 mètres de portée.

Ces exemples permettent aux ingénieurs de rêver les projets les plus gigantesques pour l'avenir ; il ne faudrait donc pas être surpris un jour, de voir la Manche franchie par un pont à 33 ou 34 travées de 1 kilomètre chacune. Le spectacle de ce beau travail nous ferait oublier le tunnel sous-marin dont l'Angleterre a empêché le percement.

De la circulaire du 9 juillet 1877.

Par l'étude des petits ponts métalliques que nous avons faite dans la première partie de cet ouvrage, il résulte que les surcharges de la circulaire ministérielle, en ce qui concerne les ponts pour voies ferrées, sont inférieures aux surcharges réellement produites par le passage des plus fortes machines à marchandises construites dans ces dernières années.

En effet, ces machines pèsent quelquefois 74 à 78 tonnes avec leurs tenders et ces poids menacent d'être dépassés tous les jours ; or, la circulaire ministérielle n'ayant prévu que 72 tonnes pour poids maximum, on voit qu'il va falloir renforcer les tabliers métalliques qui ont été construits il y a vingt ou trente ans et qui travaillent à 8 ou 10 kg. sous le passage de ces machines modernes. C'est un travail que les compagnies de chemins de fer seront amenées à entreprendre incessamment.

La circulaire ministérielle a donc besoin d'être remaniée et mise en harmonie avec le matériel de nos jours et de l'avenir.

TROISIÈME PARTIE

APPLICATION DE L'ARITHMOGRAPHIE ET DE LA STATIQUE GRAPHIQUE AU CALCUL DES POUTRES ET DES PONTS MÉTALLIQUES

Depuis quelques années la solution des problèmes de statique par de simples problèmes de géométrie, a formé un véritable corps d'enseignement spécial nommé *Statique graphique* ou *Graphostatique;* cette méthode est très employée en Allemagne et commence à se propager beaucoup en France.

La solution de problèmes arithmétiques résolus graphiquement, c'est-à-dire l'*Arithmographie*, aidant la méthode graphostatique, il arrive que les problèmes de résistance de matériaux, peuvent se traiter par l'usage seul du mètre, de la règle et de l'équerre.

En remarquant les nombreux ouvrages qui paraissent sur la science de Culman, nous avons compris que notre travail ne serait complet qu'à la condition de présenter le calcul des poutres et des ponts métalliques au moyen de la statique graphique. Si on ne s'en sert pas toujours pour établir un projet, on peut au moins l'employer comme méthode de vérification ; mais souvent la rapidité lui donne la préférence sur les calculs algébriques.

Nous allons commencer par rappeler quelques procédés arithmographiques employés dans les épures ci-après.

1° *Soit à multiplier une ligne de longueur* a *par une ligne de longueur* b.

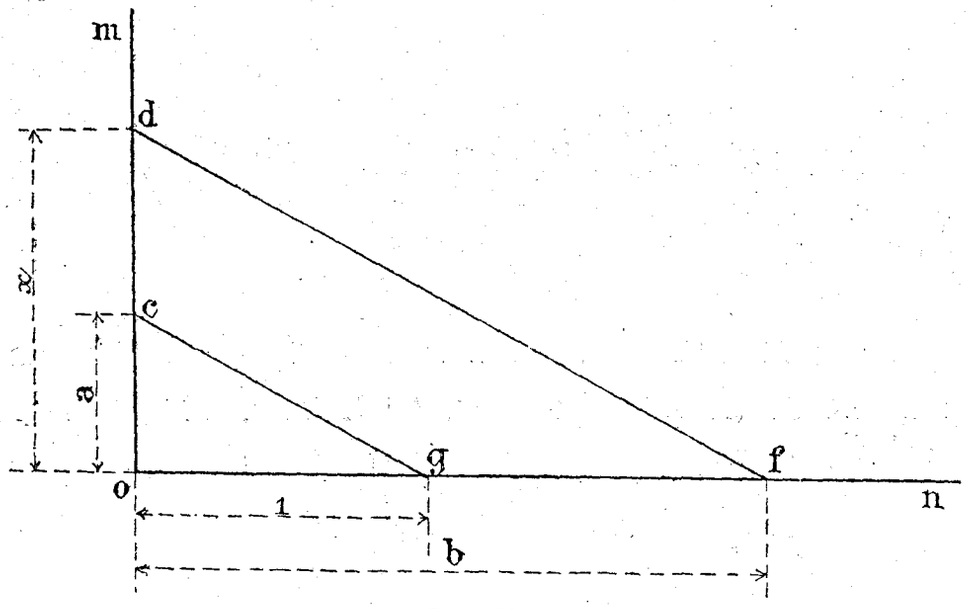


Fig. 93.

Ce problème peut se résoudre de dix manières différentes, nous n'en donnerons qu'une : *mon* étant un angle quelconque, on porte $oc = a$, $of = b$ et $og =$ *l'unité de longueur*, mètre décimètre, centimètre ou millimètre ; on joint cg et on mène fd parallèle à cg ; la longueur od est le produit cherché $a \times b$.

Les triangles semblables dof, cog donnent en effet :

$$\frac{do}{co} = \frac{of}{og} \quad \text{ou} \quad \frac{x}{a} = \frac{b}{1} \quad \text{d'où} \quad x = a \times b.$$

2° *Diviser* a *par* b.

Sur les côtés d'un angle quelconque (fig. 94) on porte $of = a$, $oc = b$, $od =$ *l'unité*, on mène fg parallèle à cd ; $og = x$ est le quotient cherché, car la similitude des triangles donne encore

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{1} \quad \text{d'où} \quad x = \frac{a}{b}.$$

Ces opérations sont si élémentaires et peuvent se résoudre de tant de manières que nous ne nous y arrêterons pas plus longuement ; du reste, dans l'étude de la géométrie élémentaire, chacun a résolu beaucoup de problèmes de ce genre.

Ainsi, par un tracé géométrique d'une grande simplicité, on peut déterminer des surfaces de polygones quelconques, des puissance de lignes, des fonctions trigonométriques, des extractions de racines ; et par des opérations graphiques successives se greffant l'une sur l'autre, résoudre des problèmes assez longs à traiter par l'analyse algébrique ou par l'arithmétique.

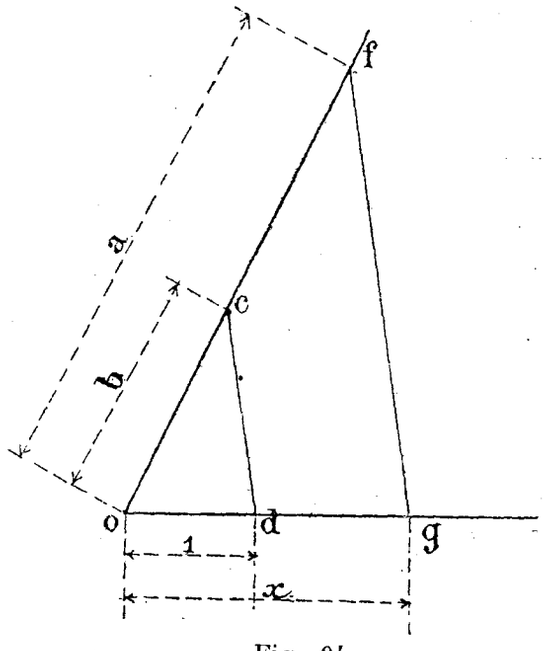


Fig. 94.

Nous donnons encore ci-après les premières constructions graphiques qui servent de base à la solution des problèmes de résistance de matériaux résolus par la Statique graphique.

Étant donnée une poutre appuyée à ses deux extrémités a *et* b, *décomposer une force* Q *de* 4500 *kilog., appliquée au point* c, *en deux composantes parallèles passant par les points d'appui* a *et* b (*fig.* 95).

Sur une ligne de direction perpendiculaire à *ab*, on prend $mn = Q$ à une échelle donnée; d'un point quelconque *o* appelé pôle, on tire *om*, *on*, la figure *mon* ainsi obtenue, est ce qu'on appelle le triangle des forces. Par le point *a* on mène *ae* parallèle à *mo*, par le point *e* de rencontre de cette parallèle avec la verticale passant par le point d'application de la résultante Q, on mène *eg* parallèle à *no*, on joint *ga*, la figure *aeg* est le polygone funiculaire indiquant l'équilibre des forces, et la droite *oq*, parallèle à *ga*, menée dans le triangle des forces, partage *mn* en deux segments *mq* et *qn* qui sont les composantes cherchées. On peut mesurer à l'échelle adoptée pour les forces, $mq = p_1 = 3750$ kilog. $qn = p = 750$ kilog. Le centimètre ayant été pris pour unité ; l'échelle est ici 1/1000, on a $mq = 3^{cm},750$ et $qn = 0^{cm},750$.

Le point c d'application de la résultante doit diviser ab en deux segments inversement proportionnels aux forces p_1 et p_2, de telle sorte que l'on doit avoir, sur la figure, la relation :

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{mq}{nq} = \frac{cb}{ac}.$$

En effet, de la similitude des triangles

$$\left.\begin{matrix} afc \\ oqn \\ moq \end{matrix}\right\} \text{ et } \left\{\begin{matrix} abg \\ efg \\ afe \end{matrix}\right.$$

on tire successivement

$$\frac{cb}{ac} = \frac{fg}{af} \text{ puis } \frac{fg}{oq} = \frac{fe}{nq} \text{ et } \frac{af}{oq} = \frac{fe}{mq};$$

d'où $$oq \times fe = fg \times nq = af \times mq,$$

et enfin le rapport résultant :

$$\frac{fg}{af} = \frac{mq}{nq} = \frac{cb}{ac} = \frac{p_1}{p_2}$$

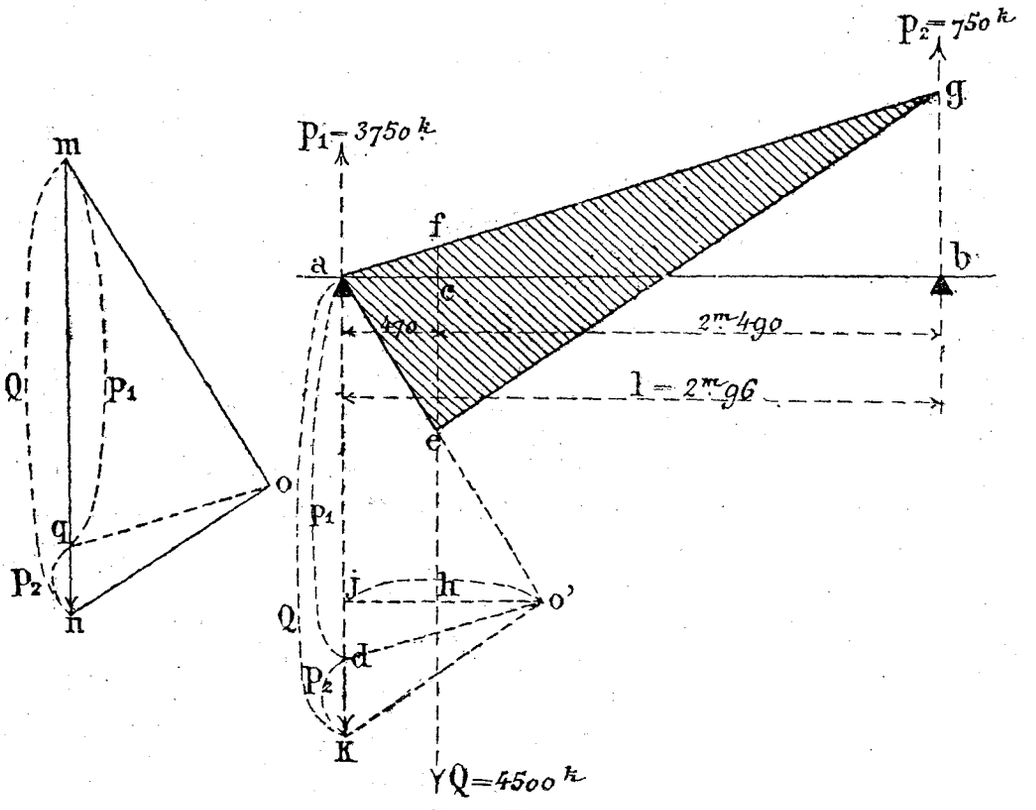


Fig. 95.

Inversement. — 3750 *kilog. et* 750 *kilog. étant deux forces* p_1 *et* p_2 *parallèles, situées dans le même plan et dirigées dans*

le même sens, appliquées aux extrémités d'une poutre ab *de* $2^m,96$ *de portée, on peut composer ces forces, et trouver le point d'application de leur résultante* Q. (*Fig.* 96).

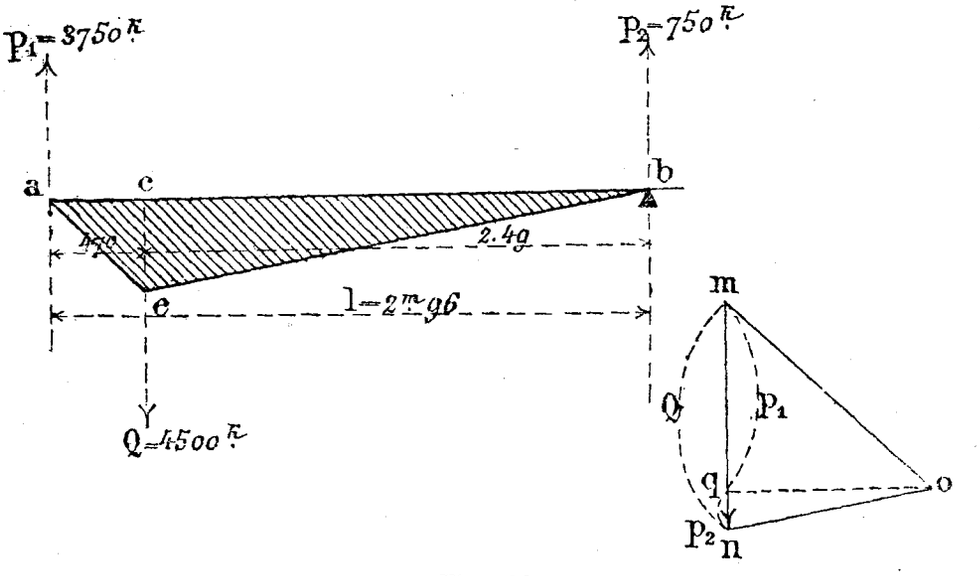


Fig. 96.

Sur une ligne de direction perpendiculaire à *ab*, on porte à l'échelle choisie, soit $\frac{1}{2000}$ pour les forces, des longueurs *mq* et *qn* respectivement égales à p_1 et p_2, soient 3750 kilog. et 750 kilog.; on tire *qo* quelconque, et du pôle *o* pris sur cette ligne, on tire *om*, *on* pour compléter le triangle des forces. Par le point *a* d'appui de la poutre, on mène *ab* parallèle à *oq*, puis *ae* et *be* respectivement parallèles à *mo*, *no*; la verticale passant par le point *e*, détermine sur la portée, le point d'application *c* de la résultante des deux forces données p_1, p_2.

Résultante de deux forces $p_1 = 5000$ *kilog. et* $p_2 = 7000$ *kilog., dirigées en sens inverse et appliquées aux extrémités d'une poutre* ab (fig. 97), *échelle de la figure :* Unité, le Centimètre. Portée $= \frac{1}{1}$. Forces $= \frac{1}{1000}$.

Sur une perpendiculaire à *ab*, on porte $ad = p_1 = 5000^{kg}$, puis $df = p_2 = 7000^{kg}$, le pôle *o* pris quelconque, joint aux points *d* et *f* termine le triangle des forces, ensuite, en menant *ae*, *ec*, on détermine sur le prolongement de *ab*, un point *c* qui est le point d'attache cherché pour la résultante des deux forces.

A l'échelle adoptée, on trouve $bc = 5$ mètres ; le triangle des forces donne aussi $df - da = af = 2000^{kg}$ = *Résultante Q.*

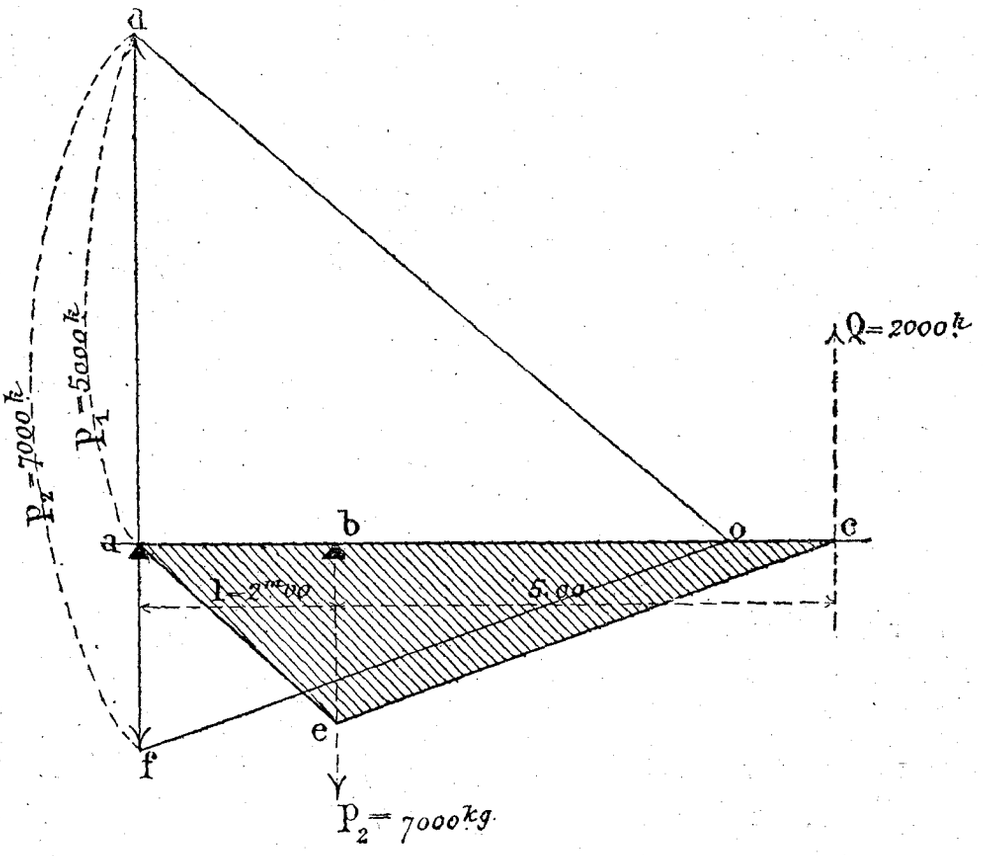


Fig. 97.

Résultante de deux forces $p_1 = 1800^{kg}$, $p_2 = 1400^{kg}$, *appliquées aux points* c *et* d *d'une poutre* ab *de* $5^m,60$ *de portée.*

(Fig. 98). Échelles : Unité, le centimètre. Portée $= \frac{1}{1}$.

Forces $= \frac{1}{1000}$.

Sur une perpendiculaire à *ab*, on porte $mn = p_1 = 1800^{kg}$, $nr = p_2 = 1400^{kg}$, on prend un pôle *o*, que l'on joint aux points *m*, *n* et *r*. On mène *aj* parallèle à *mo*, *jk* parallèle à *no*, *kh* parallèle à *ro*, *aj* et *hk* prolongés, se rencontrent en un point *i* qui détermine la position de la résultante *Q* sur *ab*. En joignant *ah* et en menant *of* parallèle à *ah*, on détermine *mf* et *fr* qui représentent les réactions q_1 et q_2 des forces p_1 et p_2 sur les deux appuis de la poutre.

On démontrerait encore, dans ce cas, que le point d'application de la résultante, divise *ab* en deux segments inversement proportionnels aux forces p_1 et p_2.

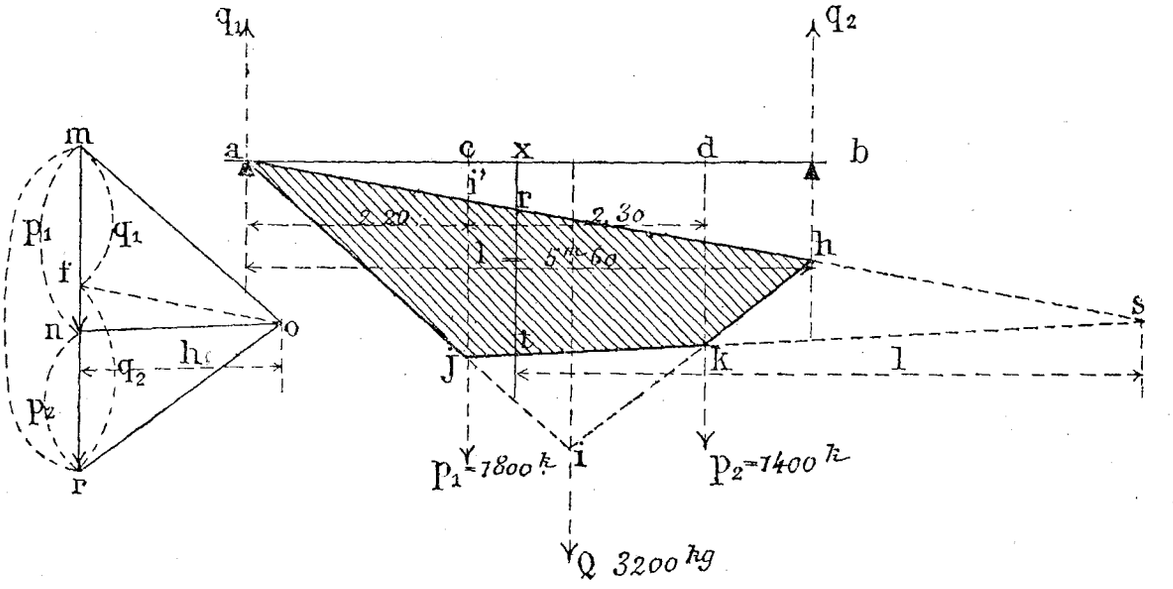


Fig. 98.

Résultante d'un nombre quelconque de forces parallèles. — *Soit une poutre* ab *soumise à une première force* $p_1 = 5000^{kg}$, *dirigée de bas en haut, et à deux forces* $p_2 = 1800^{kg}$ *et* $p_3 = 1400^{kg}$, *toutes deux dirigées de haut en bas.* (Fig. 99.)

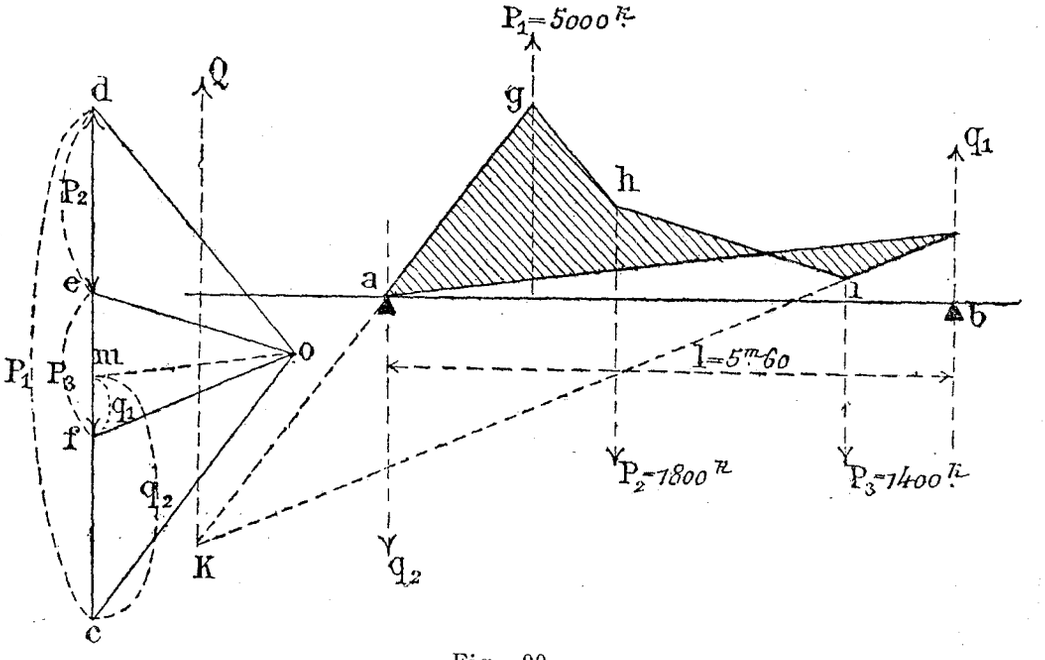


Fig. 99.

Sur une verticale on porte $cd = p_1$ dans le sens de la direction de cette force, puis on porte $de = p_2$ et $ef = p_3$ dans un

sens inverse ; on prend un pôle quelconque *o*, on joint *od*, *oe*, *of*, *oc*, pour compléter le triangle des forces.

Du point *a*, on tire *ag*, parallèle à *oc*, *gh* parallèle à *od*, *hi* parallèle à *eo* et *ij* parallèle à *of*. En joignant *aj* on complète le polygone funiculaire, et *ga*, *ji* prolongés se rencontrent en un point *k* qui déterminera, sur la poutre, le point d'application de la résultante des forces, résultante qui est égale à $cd - de - ef = fc = 5000 - 1800 - 1400 = 1800^{kg}$.

En menant, dans le triangle des forces, *om* parallèle à *aj*, on décompose la résultante *fc* en deux segments *mc* et *fm*, qui sont les réactions q_2, q_1 de la poutre sur ses appuis, l'une de 2400 kilog., dirigée de haut en bas, et l'autre de 600 kilog. dirigée de bas en haut.

Moment fléchissant produit par une force Q = 4500 *kilog., appliquée en un point* c *distant de* $0^m,470$ *de l'appui de gauche d'une poutre de* $2^m,96$ *de portée, reposant sur deux appuis.*

Pour résoudre ce problème, on fait les mêmes opérations qui ont été faites pour décomposer une force Q en deux composantes (fig. 95), et les ordonnées verticales du polygone funiculaire *aeq* ainsi obtenu, représentent les moments fléchissants développés dans la poutre, en leurs points correspondants sur la portée.

En effet, si on construit le triangle *ao'k* égal au triangle des forces, la similitude des triangles *ado'*, *afe* donne le rapport

$$\frac{p_1}{fe} = \frac{h}{0,470} \quad \text{d'où} \quad p_1 . 0,470 = h . fe \ldots\ldots \quad (1)$$

or $p_1.0,470$ est le moment fléchissant en *c*, de plus, comme *h* est constant, le terme (*h. fe*) montre que les moments fléchissants sont entre eux comme les ordonnées du polygone funiculaire ; donc, pour avoir le moment fléchissant en un point quelconque de la portée de la poutre, il suffira de mesurer l'ordonnée correspondante dans le polygone.

D'autre part, de l'égalité (1) on tire :

$$fe = \frac{p_1 . 0,470}{h}.$$

L'échelle des moments dépendra donc des trois échelles suivantes : De l'échelle de p_1 l'une des charges, de l'échelle du facteur $0^m,470$, ou de la portée, et de l'échelle de h, la hauteur du triangle des forces.

On peut donc écrire l'égalité ci-dessous, quelle que soit l'unité de mesure linéaire adoptée.

$$\text{Échelle des moments} = \frac{\text{Échelle des forces} \times \text{Échelle de la portée}}{\text{Échelle de la hauteur du triangle des forces}}.$$

Pour le cas qui nous occupe, le *Centimètre* ayant été pris comme unité linéaire, on a :

Échelle des forces $\frac{1}{1000}$ . . . . . $4^{cm},5$ pour 4500^{kg}.

Échelle de la portée $\frac{2}{1}$ . . . . . $5^{cm},92$ pour $2^m,96$.

Échelle de la hauteur du triangle des forces $\frac{2}{1}$ . . . . 2^{cm}. pour 1.

$$\text{On a donc échelle des moments} = \frac{\frac{1}{1000} \times \frac{2}{1}}{\frac{2}{1}} = \frac{1}{1000}.$$

Or, l'ordonnée *ef* mesure environ $1^{cm},76$, le moment fléchissant est donc 1760 environ, et le moment exact est 1762,5. On voit que plus la figure sera faite à de grandes échelles, plus l'exactitude des résultats sera grande.

Moment fléchissant produit par deux forces verticales, l'une de 1800 *kilog.; l'autre de* 1400 *kilog. agissant sur une poutre de* $5^m,60$ *de portée et reposant sur deux appuis.* (Fig. 98.)

On trace le polygone des forces *mor* et le polygone funiculaire *ajkh*, comme il a été dit pour la construction de la fig. 98 ci-devant, pour trouver la résultante des deux forces; les ordonnées du polygone funiculaire représentent les moments fléchissants aux points correspondants de la poutre.

En effet, le moment statique pour le point x de la pièce, est le produit de la résultante de toutes les forces qui se trouvent d'un même côté, à droite ou à gauche de l'ordonnée du point x, par le bras de levier l de cette résultante.

Or, dans le polygone des forces, on voit que cette résultante est égale à

$$p_2 - q_2 = rn - rf = -nf.$$

D'autre part, pour avoir la résultante de ces deux forces, il n'y a qu'à prolonger, dans le polygone funiculaire, les deux côtés *ah*, *jk* parallèles à *of* et *on;* leur point d'intersection *s* est situé sur l'ordonnée du point d'application de cette résultante en un point du prolongement de la poutre, et la distance du point *s* à l'ordonnée du point x est le bras de levier cherché l de la résultante $p_2 - q_1$.

Le moment en x est donc $(p_2 - q_2)\, l$.

Mais la similitude des triangles *onf*, *rst* donne :

$$\frac{(p_2 - q_2)}{h} = \frac{rt}{l},$$

d'où

$$(p_2 - q_2)\, l = h \,.\, rt \qquad \text{et} \qquad rt = \frac{(p_2 - q_2)\, l}{h},$$

expression qui, comme celle de *fe*, dans le problème ci-dessus, montre que l'ordonnée d'un point quelconque du polygone funiculaire, mesurée à l'échelle convenable, représente le moment fléchissant au point correspondant de la poutre.

Dans cette figure, le Centimètre étant encore l'unité de mesure linéaire, on a :

Échelles des forces . . . . . $= \frac{1}{1000}$, $1^{cm},8$ pour 1800^{kg}.

Échelle de la portée . . . . $= \frac{1}{1}$ . . . $5^{cm},6$ pour $5^{m},600$.

Échelle de la hauteur polaire $= \frac{2}{1}$ . . . 2^{cm} pour 1.

L'échelle des ordonnées est donc : $\dfrac{\frac{1}{1000} \times \frac{1}{1}}{\frac{2}{1}} = \frac{1}{2000}$; or,

l'ordonnée du point x mesure environ $1^{cm},4$; le moment fléchissant en x est donc approximativement 2800.

Moment fléchissant produit dans une poutre reposant sur deux appuis et soumise à une charge uniformément répartie p *par mètre courant.*

Soit *ab* (fig. 100), la portée de cette poutre, en *a* élevons une perpendiculaire *cd* sur *ab*, et prenons $ac = ad = \frac{pl}{2}$ à une échelle donnée, la longueur totale *cd* représente la charge totale *pl* uniformément répartie sur *ab*. En divisant *cd* en un certain nombre de parties égales, *c*1, 12, 23... et en tirant *oc*, 01, 02, 03... *od*, la figure *cod* représente le polygone des forces auxquelles est soumise la pièce *ab*. Il est facile alors de construire le polygone funiculaire *avbfa*, en divisant *ae* en dix parties égales et en tirant les lignes *ae*, *be*, *hg*, *ji*, *lk*, *mn*, *sr*, etc., respectivement parallèles aux lignes *oc*, *od*, 01, 02, 03, 04, *oa;* dans le polygone funiculaire ainsi obtenu, on inscrit une parabole, dont les ordonnées verticales à une échelle proportionnelle aux échelles des forces, de la portée de la poutre, et de la hauteur du triangle des forces, représentent les moments de flexion.

Cette façon de construire le polygone funiculaire revient au même que si l'on avait procédé en limitant chaque côté du polygone entre les verticales des dix charges égales à $\frac{pl}{10}$, réparties sur la poutre, car on aurait obtenu le polygone funiculaire *ah*, *hl'*, *l' s'*, etc.

Il est bon de faire remarquer que, par la construction de l'épure, on a (page 114) :

$$\frac{\frac{fe}{l}}{\frac{2}{2}} = \frac{\frac{pl}{2}}{1}$$, 1 représentant la hauteur polaire

d'où $$fe = \frac{pl^2}{4}$$

tandis que $fv = \frac{pl^2}{8}$, on voit en effet que $fv = \frac{fe}{2}$.

Cette propriété est connue dans l'étude de la parabole, où

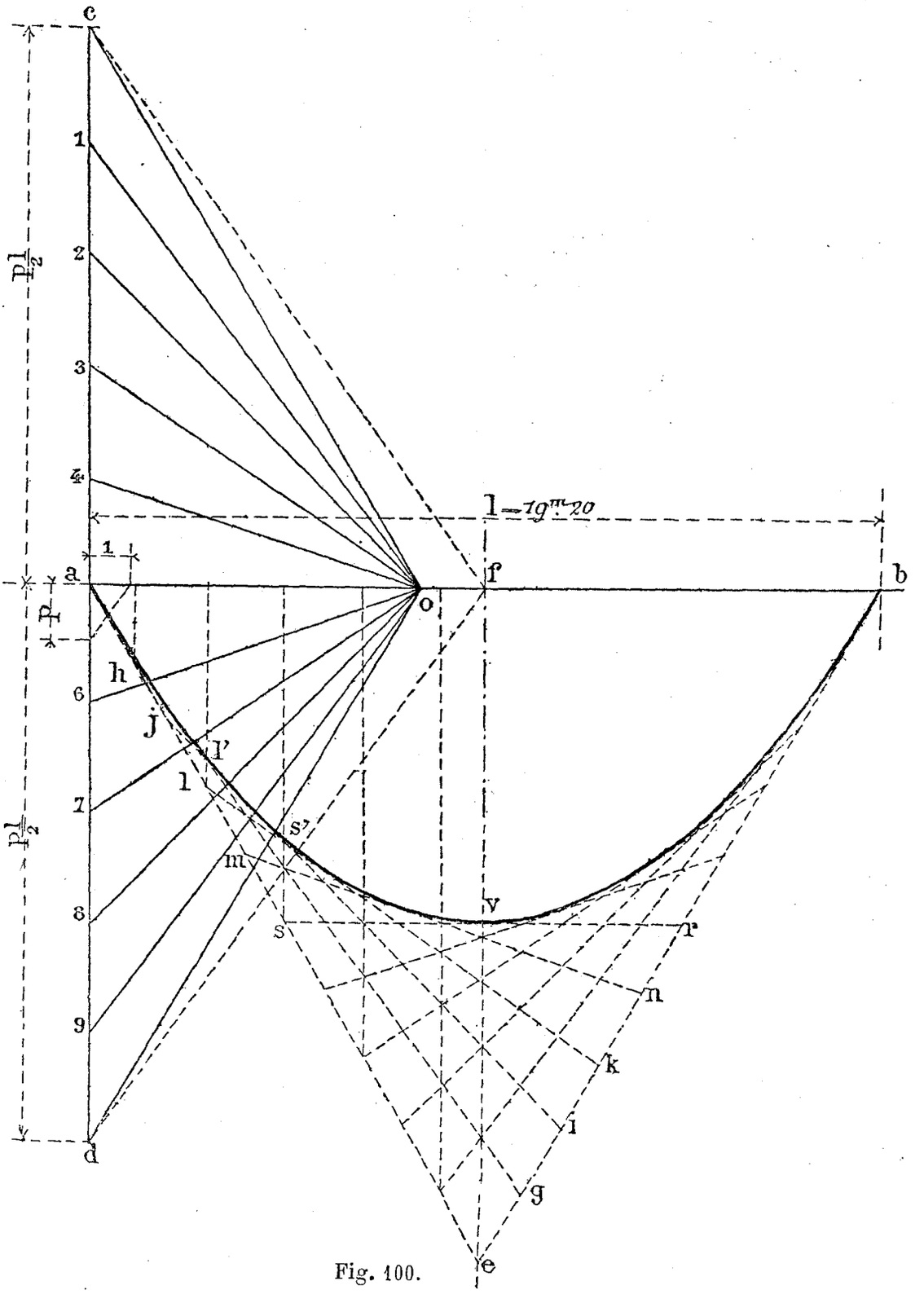


Fig. 100.

la sous-tangente est partagée en deux parties égales par le sommet de la courbe.

Par ces quelques études de statique graphique, nous remarquons que la chose la plus importante dans la construction des épures est de choisir des échelles simples pour les données du problème, de telle sorte que l'échelle des résultats soit également un nombre simple, facilitant la traduction des solutions.

Passons immédiatement aux applications. Elles peuvent se faire sur des poutres dans lesquelles la distribution des charges est quelconque, mais pour que ces applications paraissent intéressantes et faciles à contrôler, nous prions le lecteur de se reporter au premier chapitre, et nous allons calculer graphiquement l'une après l'autre, les poutres des quatre projets de tabliers métalliques étudiés par la méthode algébrique.

Projet d'un Tablier métallique de 8 mètres d'ouverture pour une route de 4 mètres de largeur.

(Voir page 18.)

1. *Calcul des poutres.* — On a déterminé la réaction sur la poutre *a*, produite par deux charges de 4500 kilog. agissant aux points indiqués par la figure n° 8 sur le milieu de la partie de la poutre.

Ce problème est résolu graphiquement ici par la fig. n° 1 (pl. IX), dans laquelle $ab = 3^{m},06$ représente la portée de la poutre, les points *e* et *f* de la portée représentant les points où agissent les deux forces de 4500 kilog. On mène des ordonnées de ces points, on construit ensuite le triangle des forces *mop*, en prenant $mn = np = 4500$ kilog. à l'échelle $\frac{1}{2000}$, le Centimètre étant l'unité, et un pôle *o* pris quelconque. Par le point *b*, on mène *bc* parallèle à *op*, *cd* parallèle à *on*, *dg* parallèle à *om*, on tire *bg* et on mène *oh* parallèle à *bg*, la longueur *mh* mesurée sur la base du triangle des forces, représente la réaction *q* en *a*. A l'échelle donnée on mesure *mh* qui représente une force de 5792 kilog. L'exactitude de ce résultat dépend de l'échelle choisie et du soin apporté à l'exécution de la figure.

Il s'agit maintenant de calculer le moment fléchissant au milieu de la poutre longitudinale de $8^m,60$ de portée, soumise à une charge accidentelle de 5792 kilog. $= P$ agissant en son milieu et à une charge uniformément répartie de 2083 kilog. par mètre courant.

On construit alors la fig. 2, pl. IX en prenant le Centimètre comme unité de mesure, et en portant $l = 8^m,60 = ab$ à l'échelle $\frac{1}{1}$; on construit séparément deux polygones funiculaires, l'un représentant les moments fléchissants dus à la charge P, l'autre, les moments fléchissants dus à la charge uniformément répartie p. Sur la verticale du point a, on porte la force $P = 4500$ kilog. $= c\alpha$ à l'échelle $\frac{1}{2000}$, le pôle o étant pris à une hauteur $h = \frac{3}{1}$, on joint oc, $o\alpha$ pour compléter le triangle des forces ; en menant af et fd parallèles à oc, oa, on obtient le polygone funiculaire afd donnant les moments fléchissants produits par la force P et l'ordonnée $ef = \frac{Pl}{4}$.

Pour obtenir la parabole due à la charge p par mètre courant, portons $ag = 2p = 2083 \times 2$ à la même échelle $\frac{1}{2000}$ adoptée pour la forme P, puis $ai = 2$, et tirons ig puis jk parallèle à ig, cette opération arithmographique nous détermine $ak = \frac{pl}{2}$; en tirant $a\beta = ak$, en prenant le nouveau pôle o' sur ad, à la même hauteur $h = 3$, on tire ko', $o'\beta$ pour compléter le nouveau triangle des forces pour les charges p.

On mène am et dm parallèles à $o'\beta$, $o'k$, ces lignes se rencontrent sur la verticale du point j. On divise am et md en un même nombre de parties égales, et on tire les droites rs, tu, vx, pour obtenir la parabole $am'd$, dont l'ordonnée du sommet

$$em' = \frac{pl^2}{8}.$$

Donc

$$ef + em' = \frac{Pl}{4} + \frac{pl^2}{8} = M.$$

L'échelle des ordonnées des moments est

$$\frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{2000}}{\frac{3}{1}} = \frac{1}{6000};$$

$m'f$ mesurant $5^m, 28$ environ, on a $M = 5,28 \times 6000 = 31680$. Le moment vrai a été trouvé égal à 31710.

Travail du fer. — Pour avoir le travail du fer par mètre carré de section de la poutre en un point quelconque, il faut résoudre l'expression $R = \frac{M}{\frac{I}{v}}$; qui donne le travail du mètre carré de section; pour avoir le travail du millimètre carré de métal, il faudra diviser ce résultat par 1000000, donc le travail du millimètre carré peut s'obtenir directement en résolvant graphiquement l'expression.

$$R^{kg} = \frac{M}{1000000 \frac{I}{v}}.$$

Or, la poutre dont il s'agit (voir fig. 9) donne

$$\frac{I}{v} = 0,0054989 \qquad \text{et } 1000000 \frac{I}{v} = 5498,9.$$

Ceci dit, portons sur l'ordonnée fm' du moment M, (fig. 2, pl. 9) une longueur $fy = 5498,9$ à l'échelle $\frac{1}{6000}$, échelle des moments, sur une ligne fz, faisant avec fm' un angle quelconque, on porte $f2 = 1$ centim., on tire $y2$ et on mène $m'z$ parallèle à $f2$, nous avons ainsi déterminé fz, le quotient de M par $1000000 \frac{I}{v}$; ainsi $fz = R$ kg. $= \frac{M}{1000000 \frac{I}{v}}$ en vraie grandeur, or $fz = 5^{cm}, 75$ environ, le travail du métal est donc de $5^k, 75$ par millimètre carré.

Les calculs exacts ont donné $R = 5^k, 77$.

Si l'unité choisie eût été le décimètre, les longueurs eussent été dix fois plus grandes et l'exactitude de l'épure graphique eût été dix fois plus grande aussi.

Calcul des entretoises, fig. 3, pl. IX.

La poutre d'une portée $ab = 2^m,96$ est soumise en c et en d à deux charges de 4500 kilog. chacune, plus une charge uniformément répartie de 1510 kilog. par mètre courant.

On construit le triangle des forces eof, en portant $ea = af = 4500$ kg. à l'échelle $\frac{1}{2000}$, avec une hauteur polaire $oa = \frac{2}{1}$; en menant ag, gh et hi parallèles à co, ao, fo, on construit le polygone funiculaire $aghi$, dont les ordonnées représentent les moments fléchissants produits par les deux forces de 4500 kilog. agissant sur la poutre.

On construit ensuite le segment parabolique aci des moments fléchissants dus à la charge uniformément répartie, en suivant le procédé ci-devant que nous rappelons néanmoins.

On porte $aj = p = 1510$ à l'échelle $\frac{1}{2000}$ adoptée plus haut pour les forces, $ao = 1$, l'échelle de la portée étant $\frac{2}{1}$, on a $ao = 2$ centim., en joignant oj et en menant km parallèle à oj, on obtient $am = \frac{pl}{2}$ que l'on porte également en an, et en tirant $o'm$, $o'n$, on complète le nouveau triangle des forces $mo'n$ relatif à la charge uniformément répartie, puis les lignes aq, iq parallèles à $o'n\,mo'$ étant tirées, on trace la parabole inscrite dont le sommet passe par le milieu de qr, et l'ordonnée totale sg des deux épures, correspondant au point c d'action de la force de 4500 kilog. représente le moment fléchissant maximum M à l'échelle.

$$\frac{\frac{2}{1} \times \frac{1}{2000}}{\frac{2}{1}} = \frac{1}{2000}.$$

Cette ordonnée mesurant 2^{cm}, 64 environ, le moment fléchissant au point c est 5280 environ ; en effet, le moment trouvé (page 21) est 5281.

Travail du millimètre carré de fer dans la section la plus fatiguée. — Cette section étant sur l'ordonnée du point c, on a trouvé que $\frac{I}{v} = 0{,}00089$. Le travail du millimètre carré du fer dans cette section s'obtiendra encore en portant à l'échelle $\frac{1}{2000}$ la valeur de $1000000\frac{I}{v} = 890$, soit $\frac{890}{2000} = 0^{cm},445$ en gt, puis $gv = 1$ et en tirant tv et su parallèle à tv ; la longueur gu représente en kilogrammes le travail du millimètre carré du métal. Cette longueur mesurant 5^{cm}, 9, le travail du fer est très approximativement 5^{k}, 9. Le nombre vrai a été trouvé égal à 5^{k}, 93.

Projet d'un pont métallique biais à 35° de 8 mètres d'ouverture droite pour une route de 5 mètres de largeur. (Pl. X. — Voir page 25)

Calcul des poutres. — En premier lieu vient la détermination de la charge totale supportée par la poutre centrale. Les charges sont réparties comme le représente la figure ci-contre (101).

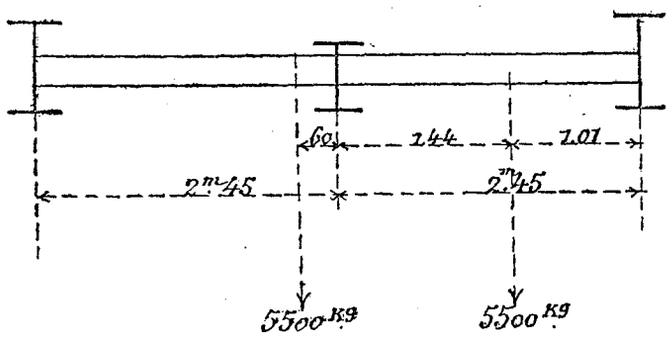


Fig. 101.

Cette détermination est obtenue par la construction de la fig. 1 (pl. XII), dans laquelle mr et rv représentent les entretoises qui relient entre elles les poutres, et sur lesquelles s'exercent les charges de 5500 kilog. roulant sur le pont. On construit le triangle des forces abo avec $ob = 5500$ kilog. à l'échelle $\frac{1}{2000}$ et on construit le polygone funiculaire mnp, en menant mn, np respectivement parallèles à ao et à bo, la droite oc menée dans le triangle des forces, parallèle à mp, divise ab en deux segments qui représentent les réac-

tions de la force 5500 kilog. appliquée sur la poutrelle *mr*. En opérant de même pour le côté de droite, la ligne $ce = q + q'$, la somme des réactions produites sur la poutre centrale par les deux charges simultanées, or, mesurée à l'échelle $\frac{1}{2000}$, cette longueur représente une force de 7640 kilog.

Détermination du moment fléchissant.

Sur la poutre centrale de 15^{m},30 de portée (fig. 2, pl. X), cette charge P = 7640 kilog. agissant au milieu de la portée, se combine avec une charge uniformément répartie de 2300 kg. par mètre courant. L'épure des moments fléchissants est construite en prenant le Centimètre comme unité linéaire.

La portée est à l'échelle $\frac{1}{1}$,

Les forces sont à l'échelle $\frac{1}{2000}$,

Les hauteurs polaires à l'échelle $\frac{5}{1}$,

Les moments fléchissants seront donc à l'échelle

$$\frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{2000}}{\frac{5}{1}} = \frac{1}{1000}.$$

La charge de 7640 kilog. donne lieu à la construction du polygone des forces *aob* et du polygone funiculaire *cdf*.

La charge uniformément répartie donne lieu à la construction du polygone des forces *goh* et du polygone funiculaire *cif* dans lequel s'inscrit, par le procédé indiqué ci-dessus, la parabole *cjf*, représentative des moments dus à la charge uniformément répartie. En sorte que l'ordonnée totale *dj* représente le moment fléchissant total au milieu de la poutre. Cette ordonnée mesure ici 9^{cm},65 et à l'échelle $\frac{1}{10000}$ représente un moment de 96500. Le moment calculé avait été trouvé égal à 96524. Dans la figure 2, les poutres devant être munies

de plusieurs semelles, pour faciliter la détermination de leurs longueurs, l'ordonnée totale *dj* a été rapportée en *mk* et on a tracé la parabole *ckf* représentative des moments fléchissants dus à la charge roulante de 7640 kilog. et à la charge uniformément répartie de 2300 kilog. par mètre courant. (Voir pages 28 et 29.)

La poutre donne au milieu $\frac{I}{v} = 0{,}0162$; par un des procédés analogues à ceux décrits ci-dessus, par la construction des deux triangles semblables *mrs*, *mnk*, on mesure sur la ligne *mn* le travail du métal par millimètre carré de section, cette ligne *mn* donne $R = 5^{k},96$, résultat conforme aux calculs.

Calcul des entretoises. — Portée $l = 2^{m},35$.

Charge au milieu de la poutre $P = 5500^{kg}$.
Charge uniformément répartie $p = 1000^{kg}$. (Fig. 3.)

Par deux constructions graphiques analogues à celles étudiées ci-dessus, et que l'on peut facilement suivre sur la figure, on obtient le polygone funiculaire *abc* dont les ordonnées représentent les moments dus à la charge P, puis le segment parabolique *adcm* dû à la charge uniformément répartie *p*. L'ordonnée totale *bd*, au milieu de ces figures, représente le moment fléchissant cherché $M = 3900$ environ, et *bf* est le travail du fer, $6^{k},09$ par millimètre.

Echelles choisies. — Unité, le Centimètre.

Échelle de la portée $= \frac{4}{1}$;

Échelle des forces $= \frac{1}{1000}$;

Échelle des hauteurs polaires $= \frac{4}{1}$;

Échelle des moments $\frac{\frac{4}{1} \times \frac{1}{1000}}{\frac{4}{1}} = \frac{1}{1000}$.

Tablier métallique à poutres jumelées pour pont de 8 mètres d'ouverture (Pl. XI.)

Calcul des poutres. — Portée $l = 8^{m},70$.

Les poutres de ce tablier sont soumises aux charges produites par une locomotive dont les essieux sont disposés comme ci-contre (fig. 102). Il s'agit de déterminer d'abord quelles devront être les positions des essieux sur les poutres du tablier, pour obtenir le plus grand moment fléchissant dû au passage de la surcharge, c'est là que la statique graphique rend de très grands services et simplifie le problème.

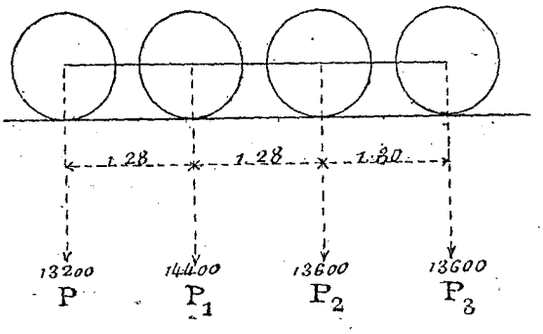


Fig. 102.

Ayant construit le polygone des forces MON (fig. 103) ci-après, comme il a été indiqué ci-dessus, pour le cas de plusieurs forces parallèles, on suppose la locomotive en un point quelconque de la portée, comprise entre les verticales AB, CD, par exemple, et les essieux étant aux points 1, 2, 3, 4, on construit le polygone funiculaire I, J, U, V, Q, K, I, d'après le polygone des forces, comme il a été fait ci-dessus pour trouver la résultante de plusieurs forces ; en prolongeant les côtés IJ, KQ, en R leur point de rencontre, on détermine sur la ligne IS le point d'application de la résultante des quatre forces. Les ordonnées UU′, VV′ représentent les moments fléchissants maxima sur la poutre.

Si on recommence la construction du polygone funiculaire en prenant la portée l comprise entre les verticales EF, GH, on obtient le nouveau polygone funiculaire S, J, U, V, Q, T, S, dans lequel la résultante des forces occupe toujours la même position par rapport aux quatre forces données p, p_1, p_2, p_3. La mesure des nouvelles ordonnées U U″, VV″ donne les nouveaux moments fléchissants maxima dans la poutre. Par la comparaison de ces moments fléchissants maxima pris deux à deux, et par un tâtonnement, on arriverait à cette

conclusion ; qu'un système de forces verticales agissant sur la poutre, produit le moment fléchissant maximum dans celle-ci, lorsque la verticale du milieu de la portée, partage en deux parties égales l'intervalle $2z$, qui sépare la distance du centre de gravité du système, du point d'application de la plus grande de l'une des deux forces contiguës.

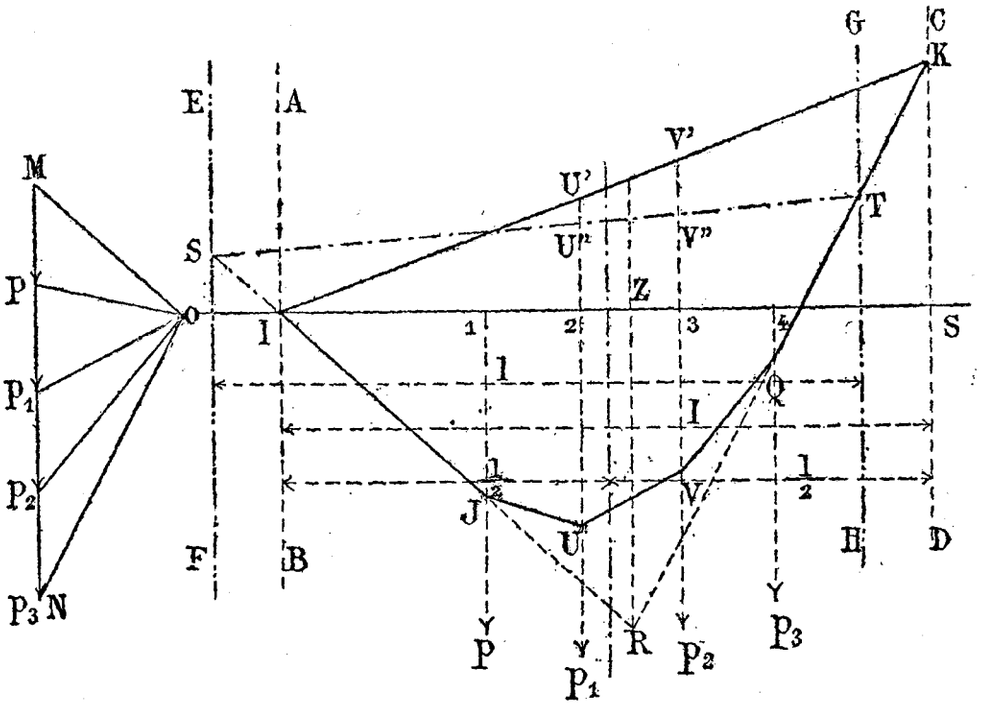


Fig. 103.

Donc (fig. 1, pl. XI), sur la partie *mn*, on représentera les essieux de la locomotive dans des positions telles que le milieu de la portée divise l'espace *df* en deux parties égales ; puis, d'après le polygone des forces *abc*, on construit le polygone funiculaire, et enfin l'arc parabolique correspondant à une charge uniformément répartie de 1250 kilog. par mètre courant, à laquelle la poutre est encore soumise. L'ordonnée totale *gh*, sous l'essieu de 14400 kilog., donne le moment fléchissant maximum produit dans la poutre par l'action combinée de la charge permanente et de la surcharge. Ce moment mesuré à l'échelle $\frac{1}{10000}$ est bien très approximativement le moment calculé 96923.

En outre, la ligne *gk* représente le travail du fer par millimètre carré de section, d'après le rapport $\frac{I}{v} = 0{,}01606$ pour les quatre poutrelles.

Si dans le triangle des forces, on menait par le point *o*, une parallèle à *ki*, cette ligne déterminerait sur MN, deux segments qui représenteraient les efforts tranchants développés sur chaque pile.

La figure 2 de la planche XI est l'épure du travail des entretoises des poutres jumelées du même tablier.

Ces entretoises, d'une portée de $0^{m},480$, sont soumises à une charge unique exercée au milieu de leur portée.

Pont métalliqne de 18 mètres d'ouverture

(Pl. XII, fig. 1.)

Les calculs des grandes poutres en treillis de ce tablier, présentant seuls un intérêt nouveau, ce sont les seuls que nous exposerons ici.

Ces poutres ont une portée $l = 19^{m},20$ et sont soumises à une charge unique de 3420 kilog. uniformément répartie par mètre courant.

Sur l'épure on peut suivre les opérations successives qui conduisent à la construction de la courbe des moments fléchissants.

La construction des triangles *afg*, *acd*, conduit à la détermination de la longueur $ac = \frac{pl}{2}$, et enfin la construction du triangle des forces *bo'c* détermine le segment parabolique *ahi*, dont les ordonnées mesurent les moments fléchissants en chaque point de la poutre.

On pourrait obtenir un travail plus rigoureux des poutres, en opérant comme dans le cas précédent, c'est-à-dire en construisant le polygone des forces développées au passage, sur le tablier, de la locomotive, de son tender, et de tous les véhicules d'un train qui pourraient y être contenus à la fois, et en les plaçant dans la position la plus défavorable.

Calcul des treillis.

Chaque poutre, comme on peut le voir (pages 55 à 57 et pl. n° IV) est composée de 10 panneaux distants de $1^m,90$ l'un de l'autre, les montants qui séparent ces panneaux sont représentés par les ordonnées *jk*, *l'g*, *mn*, *op'*, *qr* et *d* de la fig. 1, pl. XII, de plus, ces ordonnées représentent également à l'échelle $\frac{1}{4000}$ les efforts tranchants A', A'', A''', A^{IV}... développés dans la poutre au droit des montants.

Si donc nous faisons les calculs des treillis pour le deuxième panneau, nous pouvons écrire que $4000\ l'g = A''$ et si par le point *l'* nous tirons une ligne *l't* inclinée à 45°, nous aurons :

$$l'g = l't \cos.\ \alpha \quad \text{d'où} \quad l't = \frac{l'g}{\cos \alpha} \quad \text{ou}$$

$$4000\ l't = \frac{A''}{4 \cos \alpha} \quad \text{donc} \quad 1000\ l't = F.$$

F étant la charge supportée par chaque barre tendue ou comprimée.

Ainsi les lignes telles que *js*, *l't*, *mu*, *ov*, menées dans la figure, mesurent à l'échelle $\frac{1}{1000}$ les charges auxquelles sont soumises chacune des barres de treillis des panneaux 1, 2, 3 et 4.

Une dernière et simple opération arithmographique suffit pour déterminer dans ces barres le travail du fer par unité de section.

En effet, dans ce deuxième panneau, chaque barre a une section $\Omega = 1920$ millimètres carrés, que nous portons en *l'z* à l'échelle $\frac{1}{1000}$, on porte également $l'x = 1$ et tirant *zx*, puis *ty* on obtient $l'y = R^{kg} = 4^{kg},78$ pour travail du millimètre carré de section du métal.

Cette même opération peut se répéter pour chaque panneau. De simples épures suffisent ainsi pour calculer toutes les parties de la poutre.

Application de la statique graphique à la recherche du centre de gravité des figures.

Soit à trouver le centre de gravité d'une poutre ayant la section suivant fig. 2. (Pl. XII.)

Cette figure peut être considérée comme composée de quatre rectangles 1, 2, 3 et 4, dont les surfaces peuvent être représentées par des charges agissant en leurs centres de gravité respectifs *c*, *d*, *e* et *f*.

Le problème revient donc à celui-ci :

Étant donnée une poutre de portée *cf*, trouver sur cette poutre le point d'attache de la résultante des forces agissant en *c*, *d*, *e* et *f*.

Or, la force agissant en *c*, c'est la surface	$270 \times 18 = 486$
La force agissant en *d* est	$170 \times 17 = 289$
La force agissant en *e* est	$250 \times 32 = 800$
La force agissant en *f* est	$170 \times 35 = 595$
La force résultante sera donc . .	2170

Le millimètre étant pris comme unité linéaire.

On construit le triangle des forces *aob* en portant ces forces successivement l'une à la suite de l'autre, à une échelle convenue, $\frac{1}{200}$ par exemple, en portant $ak = 486$, $km = 289$, $mn = 800$ et $nb = 595$, il reste à tracer, sur *cf*, le polygone funiculaire correspondant à ce polygone des forces, en tirant *cj* parallèle à *ao*, *cg* parrallèle à *ko*, *gh* à *mo*, *hi* à *no*, et enfin le polygone se trouve fermé en tirant *ij* parallèle à *ob*, les deux lignes de fermeture sont les deux parallèles à *ao* et à *bo*, ce sont les lignes *cj*, *ij*.

La verticale du point *j*, détermine sur *cf* le centre de gravité G de la pièce.

On voit que cette épure économise beaucoup de calculs, et que la justesse des résultats est plus que suffisante dans la pratique.

Considérations générales sur la Statique graphique.

Par les applications que nous venons d'en faire, la statique graphique nous semble simplifier beaucoup de problèmes de résistance, notamment, dans le cas du calcul des poutres jumelées du troisième projet, et en général, lorsqu'une poutre est soumise à des charges distribuées d'une manière quelconque.

Ces épures de statique graphique, complétées par quelques épures arithmographiques, résolvent les questions d'une manière très élémentaire, rapide et facile à contrôler, le seul soin à avoir, quand on les emploie dans la pratique, c'est de choisir des échelles assez grandes pour obtenir des résultats très approximatifs, et d'avoir soin de noter ces échelles afin de déterminer facilement celle des solutions trouvées.

La statique graphique nous semble destinée à tenir une place de plus en plus importante dans les travaux d'études et projets des constructions métalliques.

Aujourd'hui il faut, pour construire économiquement, faire les projets avec la plus grande célérité possible et établir immédiatement des comparaisons entre les dépenses auxquelles entraînerait la mise à exécution des différentes solutions trouvées. La statique graphique permettra cette rapidité dans les études.

Les projets des ponts métalliques à plusieurs travées se traitent également par la statique graphique, mais les solutions deviennent laborieuses.

QUATRIÈME PARTIE

RENSEIGNEMENTS GÉNÉRAUX

Moments d'inertie.

Nous donnons ci-après les formules des moments d'inertie des sections les plus usuelles ; dans ces formules, nous avons supposé déterminés par la statique graphique, les centres de gravité des figures. Nous croyons utile cependant, de rappeler par un exemple, la méthode algébrique que l'on emploie pour déterminer ces centres de gravité.

Ainsi dans la section n° 9 du tableau ci-après, on aurait :

$$x = \frac{a_1 n\left(b - \frac{n}{2}\right) + \left[(b_1 + b_2)\, a_2 \left(m + \right] \frac{b_1 + b_2}{2}\right) + am \times \frac{m}{2}}{a_1 n + (b_1 + b_2)\, a_2 + am}$$

Dans cette fraction le numérateur est la somme des moments des divers rectangles composant la figure, pris par rapport à un plan passant par la base inférieure de la section, le dénominateur, multiplié par x, est le moment de la surface totale de la section avec x comme bras de levier, et c'est l'égalité de ces deux valeurs, qui détermine x.

Dans la figure 10, on aurait encore, en prenant les moments par rapport à un plan passant par la base supérieure :

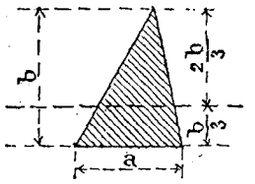
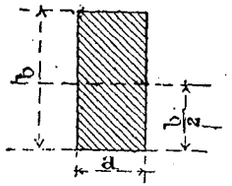
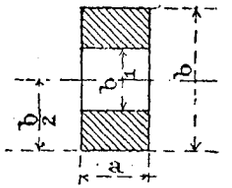
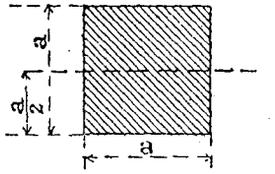
$$am \times \frac{m}{2} + (b - m)\, a_1 \left(\frac{b - m}{2} + m\right) = y \left[am + (b - m)\, a_1\right]$$

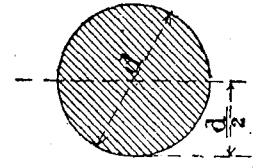
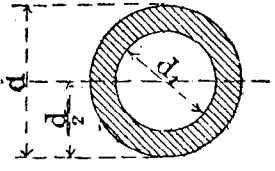
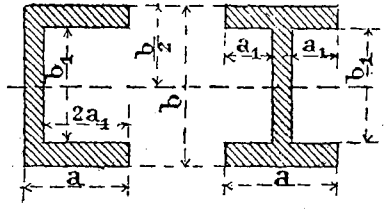
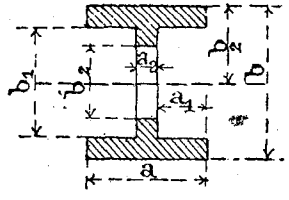
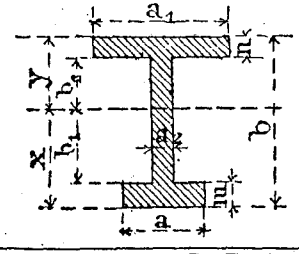
d'où

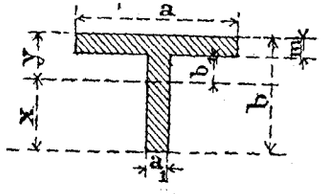
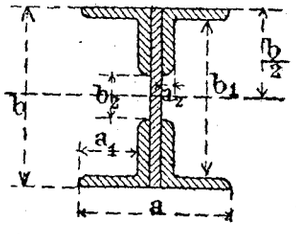
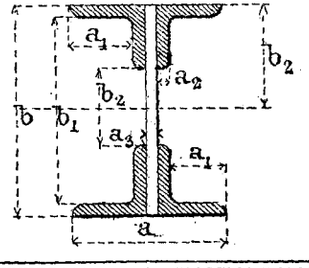
$$y = \frac{am \times \frac{m}{2} (b - m)\, a_1 \left(\frac{b - m}{2} + m\right)}{am + (b - m)\, a_1}$$

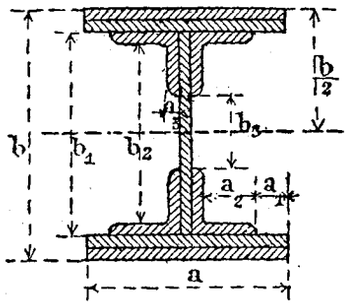
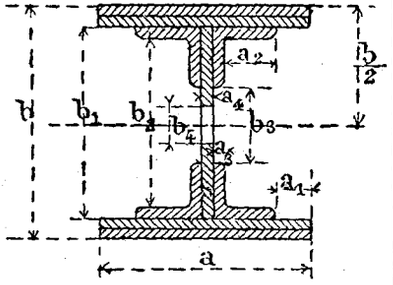
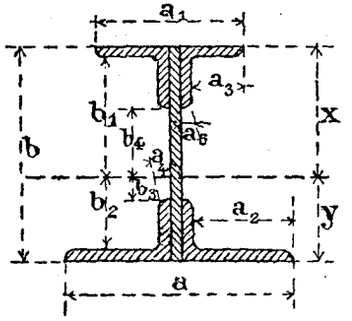
Toutes ces formules sont d'une extrême simplicité à calculer quand on y a remplacé les lettres par leurs valeurs respectives.

TABLEAU DES MOMENTS D'INERTIE DES SECTIONS LES PLUS USUELLES

Numéros des sections	SECTION	MOMENT D'INERTIE I	VALEUR DE v	RAPPORT $\frac{I}{v}$
1		$\frac{ab^3}{36}$	$\frac{2b}{3}$	$\frac{ab^2}{24}$
2		$\frac{ab^3}{12}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{ab^2}{6}$
3		$\frac{a(b^3-b_1^3)}{12}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{a(b^3-b_1^3)}{6b}$
4		$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a}{2}$	$\frac{a^3}{6}$

5		$\frac{\pi d^4}{64} = 0{,}0491 d^4$	$\frac{d}{2}$	$\frac{\pi d^3}{32}$
6		$\frac{\pi}{64}(d^4 - d_1^4) = 0{,}0491(d^4 - d_1^4)$	$\frac{d}{2}$	$\frac{\pi}{32}\left(\frac{d^4 - d_1^4}{d}\right)$
7		$\frac{ab^3 - 2a_1 b_1^3}{12}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{ab^3 - 2a_1 b_1^3}{6b}$
8		$\frac{ab^3 - (2a_1 b_1^3 + a_2 b_2^3)}{12}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{ab^3 - (2a_1 b_1^3 + a^2 b_2^3)}{6b}$
9		$\frac{a_1 y^3 + ax^3 - [(a_1 - a_2) b_2^3 + (a - a_2) b_1^3]}{3}$	x ou y	$\frac{I}{x}$ ou $\frac{I}{y}$

Numéros des sections	SECTION	MOMENT D'INERTIE I	VALEUR DE v	RAPPORT $\frac{I}{v}$
10		$\frac{ay^3 + a_1x^3 - (a-a_1)b_1^3}{3}$	x ou y	$\frac{I}{x}$ ou $\frac{I}{y}$
11		$\frac{ab^3 - (2a_1b_1^3 + 2a_2b_2^3)}{12}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{ab^3 - (2a_1b_1 + 2a_2b_2^3)}{6b}$
12		$\frac{ab^3 - (2a_1b_1^3 + 2a_2b_3^2 + a_3b^3)}{12}$ Poutre en treillis	$\frac{b}{2}$	$\frac{ab^3 - (2a_1b_1^3 + 2a_2b_2^3 + a_3b^3)}{6b}$

13		$\frac{ab^3-(2a_1b_1^3+2a_2b_2^3+2a_3b_3^3)}{12}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{ab^3-(2a_1b_1^3+2a_2b_2^3+2a_3b_3^3)}{6b}$
14		$\frac{ab^3-(2a_1b_1^3+2a_2b_2^3+2a_3b_3^3+a_4b_4^3)}{12}$ Poutre en treillis	$\frac{b}{2}$	$\frac{ab^3-(2a_1b_1^3+2a_2b_2+2a_3b_3^3+a_4b_4^3)}{6b}$
15		$\frac{ay^3+a_1x^3-(2a_2b_2^3+2a_3b_1^3+2a_4b_3^3+2a_5b_4^3)}{3}$	x ou y	$\frac{1}{x}$ ou $\frac{1}{y}$ Selon qu'on cherche le travail des fibres situées à la distance x ou le travail des fibres situées à la distance y du centre de gravité de la figure.

No 1. *Table rapide des Rapports* $\frac{I}{v}$ *pour poutres composées d'une âme et de quatre cornières, ou pour poutres en treillis.*

Poids des Cornières par mètre courant	Hauteurs des poutres / Cornières	0m,200	0m,250	0m,300	0m,350	0m,400	0m,450	0m,500	0m,550	0m,600	
		Valeurs de $\frac{I}{v}$, pour une âme de 10 m/m d'épaisseur ou pour quatre cornières seulement									
7k,07	$\frac{60 \times 60}{8}$	0,000254	0,000338	0,0004247	0,000512	0,000600	0,000686	0,0007768	0,0008659	0,0009543	2
7k,947	$\frac{60 \times 60}{9}$	0,000280	0,000375	0,0004709	0,0005683	0,0006663	0,0007647	0,0008634	0,0009624	0,0010615	3
8,60	$\frac{60 \times 60}{10}$	0,000305	0,000410	0,0005156	0,0006228	0,0007307	0,000839	0,0009477	0,0010567	0,0011658	4
9,35	$\frac{70 \times 70}{9}$	0,000317	0,0004267	0,000539	0,000653	0,0007678	0,0008835	0,0009989	0,0011159	0,0012314	5
10,23	$\frac{70 \times 70}{10}$	0,000348	0,0004627	0,000591	0,0007166	0,0008424	0,0009707	0,0010987	0,0012269	0,0013555	6
11,11	$\frac{70 \times 70}{11}$	0,0003747	0,0005013	0,0006398	0,0007785	0,0009167	0,0011558	0,0011954	0,0013354	0,0014758	7
8,90	$\frac{80 \times 80}{8}$	0,0003183	0,0004288	0,0005431	0,0006595	0,0007771	0,0008957	0,0010448	0,0011344	0,0012543	8
10,08	$\frac{80 \times 80}{9}$	0,000332	0,0004758	0,0006034	0,0007335	0,0008693	0,0009973	0,0011304	0,001264	0,001398	9
11,25	$\frac{80 \times 80}{10}$	0,0003852	0,0005214	0,0006621	0,0008055	0,0009511	0,0010968	0,0012437	0,001391	0,0015393	10

12,60	$\frac{80 \times 80}{11}$	0,0004169	0,0005656	0,000708	0,0008748	0,0010344	0,001194	0,0013547	0,0015156	0,0016772	11
14, 05	$\frac{80 \times 80}{12}$	0,0004475	0,0006084	0,000775	0,0009445	0,0011162	0,0012891	0,001463	0,0016376	0,0018126	12
15,50	$\frac{80 \times 80}{13}$	0,000477	0,000650	0,000829	0,0010114	0,001196	0,0013821	0,0015692	0,001757	0,0019453	13
16,90	$\frac{80 \times 80}{14}$	0,0005054	0,0006903	0,0008815	0,0010753	0,001274	0,0014726	0,001673	0,001874	0,0020753	14
12,10	$\frac{90 \times 90}{9}$	0,000386	0,0005223	0,0006644	0,000810	0,0009575	0,0011065	0,0012565	0,0014071	0,0015583	15
13,25	$\frac{90 \times 90}{10}$	0,0004223	0,0005726	0,0007295	0,000890	0,001053	0,0012176	0,0013833	0,0015497	0,0017167	16
14,45	$\frac{90 \times 90}{11}$	0,000457	0,0006216	0,000793	0,0009686	0,001147	0,0013274	0,0015077	0,0016897	0,0018722	17
15,65	$\frac{90 \times 90}{}$	0,000491	0,000669	0,0008545	0,001046	0,001238	0,0014333	0,0016296	0,001827	0,002025	18
16,80	$\frac{90 \times 9}{13}$	0,0005237	0,000715	0,000915	0,001120	0,001324	0,001537	0,001749	0,001961	0,002175	19
	Ames de 10m/m	0,000067	0,000104	0,000150	0,000204	0,000267	0,000337	0,000417	0,000504	0,000600	20
Poids par mètre courant des âmes de 10 m/m		15k,56	19k,45	23k,34	27k.23	30k,12	35k,01	38k,90	42k,79	46k,68	21
22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	

N° 2. *Table rapide des Rapports* $\frac{I}{v}$ *pour poutres composées d'une âme et de quatre cornières, ou pour poutres en treillis.*

Poids des Cornières par mètre courant	Hauteurs des poutres	0m,650	0m,700	0m,750	0m,800	0m,850	0m,900	0m,950	1m,000	1m,100	1m,200	
	Cornières	Valeurs de $\frac{I}{v}$ pour une âme de 10 m/m d'épaisseur ou pour quatre cornières seulement										
9k,35	$\frac{70 \times 70}{9}$	0,001349	0,001466	0,001583	0,001700	0,001818	0,001935	0,002053	0,002170	0,002405	0,002640	2
10,23	$\frac{70 \times 70}{10}$	0,001484	0,001613	0,001742	0,001871	0,002007	0,002131	0,002260	0,002389	0,002648	0,002908	3
11,11	$\frac{70 \times 70}{11}$	0,001616	0,001757	0,001898	0,002039	0,002180	0,002321	0,002463	0,002604	0,002887	0,003170	4
10,08	$\frac{80 \times 80}{9}$	0,001532	0,001667	0,001801	0,001936	0,002071	0,002200	0,002342	0,002477	0,002748	0,003018	5
11,25	$\frac{80 \times 80}{10}$	0,00168	0,001836	0,001984	0,002133	0,002282	0,002431	0,002580	0,002730	0,003059	0,003327	6
12,60	$\frac{80 \times 80}{11}$	0,001839	0,0020014	0,002164	0,002326	0,002489	0,002652	0,002815	0,002978	0,003304	0,003631	7
14,05	$\frac{80 \times 80}{12}$	0,001988	0,002166	0,002340	0,002516	0,002692	0,002869	0,003045	0,003222	0,003576	0,003930	8
15,50	$\frac{80 \times 80}{13}$	0,002134	0,002323	0,002512	0,002702	0,002892	0,003082	0,003272	0,003462	0,003842	0,004223	9
16,90	$\frac{80 \times 80}{14}$	0,002277	0,002479	0,002682	0,002885	0,003091	0,003291	0,003494	0,003697	0,004104	0,004512	10

13,25	$\frac{90 \times 90}{10}$	0,001884	0,002052	0,002220	0,002368	0,002561	0,002726	0,002895	0,003063	0,003403	0,033741	11
14,45	$\frac{90 \times 90}{11}$	0,002055	0,002259	0,002423	0,002607	0,002791	0,002975	0,003160	0,003345	0,003715	0,004079	12
15,65	$\frac{90 \times 90}{12}$	0,002223	0,002422	0,002622	0,002821	0,003021	0,003221	0,003421	0,003622	0,004023	0,004424	13
16,80	$\frac{90 \times 90}{13}$	0,002388	0,002619	0,002817	0,003032	0,003247	0,003463	0,003678	0,003895	0,004326	0,004758	14
18,00	$\frac{90 \times 90}{14}$	0,002550	0,002780	0,003010	0,003240	0,003470	0,003701	0,003931	0,004162	0,004625	0,005087	15
15,60	$\frac{100 \times 100}{11}$	0,002226	0,002470	0,002675	0,002880	0,003086	0,003292	0,003493	0,003705	0,004118	0,004531	16
17,00	$\frac{100 \times 100}{12}$	0,002452	0,002674	0,002896	0,003119	0,003342	0,003566	0,003790	0,004014	0,004462	0,004911	17
18,60	$\frac{100 \times 100}{13}$	0,002635	0,002875	0,003112	0,003355	0,003595	0,003836	0,004077	0,004139	0,004801	0,005285	18
20,20	$\frac{100 \times 100}{14}$	0,002816	0,003072	0,003329	0,003586	0,003844	0,004102	0,004360	0,004618	0,005136	0,005654	19
21,80	$\frac{100 \times 100}{15}$	0,002994	0,003266	0,003540	0,003814	0,004089	0,004364	0,004639	0,004914	0,005465	0,006017	20
24,40	$\frac{140 \times 100}{14}$	0,003513	0,003825	0,004138	0,004451	0,004765	0,005079	0,005393	0,005707	0,006337	0,006967	21
	Ames de 10 m/m	0,000704	0,0008166	0,0009375	0,0010666	0,00120	0,001350	0,001504	0,0016666	0,0020166	0,002400	22
Poids par mètre courant des âmes de 10m/m		50k,57	54k,46	58k,35	62k,24	66k,13	70k,02	73k,91	77k,80	85k,58	93k,36	23
24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	

Manière de se servir des deux tables ci-devant.

Supposons qu'on ait à retrouver le rapport $\frac{I}{V}$ pour une poutre de section (figure 104), c'est-à-dire composée d'une âme de 350×10 et de quatre cornières de $\frac{70 \times 70}{10}$.

Sur le tableau n° 1, au point de jonction des colonnes 27 et 20, nous trouvons la valeur $\frac{i}{v} = 0{,}000204$ de l'âme de 10 mill. d'épaisseur. Au point de jonction des colonnes 6 et 27 nous trouvons la valeur $\frac{i'}{v'} = 0{,}0007166$ pour les quatre cornières ; la valeur du rapport $\frac{I}{V}$ pour la section totale de la poutre sera donc :

$$\frac{I}{V} = 0{,}000204 + 0{,}0007166 = 0{,}0009206$$

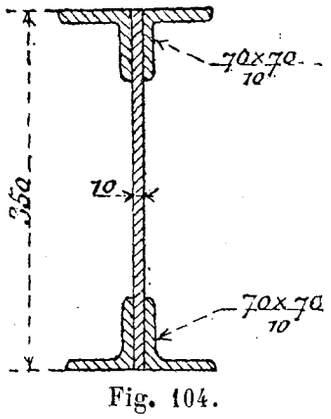


Fig. 104.

Le poids du mètre courant de cette poutre serait lui-même trouvé instantanément.

En effet, au point de jonction des colonnes 21 et 27 nous trouvons un poids de $27^{kg},23$ par mètre courant d'âme, les colonnes 6 et 22 nous donnent $10^{kg},23$ par cornière de $\frac{70 \times 70}{10}$, soit pour les quatre $10{,}13 \times 4 = 40^{kg},92$.

Donc la poutre pèse par mètre courant	$27{,}23 + 40{,}92 = 68^{kg},15$
En y ajoutant le poids des têtes de rivets que l'on peut évaluer à 3 p. 0/0 du poids précédent, soit	$68{,}15 \times 0{,}03 = 2^{kg},04$
Le poids total par mètre courant de poutre serait donc $70^{kg},19$. . . .	$70^{kg},19$

Si dans la poutre ci-dessus l'âme n'avait que $7^{m}/^{m}$ d'épaisseur, la valeur de son $\frac{i}{v}$ serait les 0,7 seulement du $\frac{i}{v}$ de l'âme de $10^{m}/^{m}$, soit $0{,}000204 \times 0{,}7 = 0{,}0001428$ et la valeur totale du rapport $\frac{I'}{V'}$ pour la poutre avec une âme de $7^{m}/^{m}$ et quatre cornières de $\frac{70 \times 70}{10}$ serait :

$$\frac{I'}{V'} = 0{,}0001428 + 0{,}0007166 = 0{,}0008594$$

Le poids de cette nouvelle poutre serait trouvé comme ci-dessus en prenant seulement pour poids du mètre courant d'âme :

$$27^{kg},23 \times 0{,}7 = 19^{kg},06$$

Cas d'une poutre en treillis (fig. n° 105), c'est-à-dire une poutre formée par quatre cornières de $\frac{100 \times 100}{14}$ reliées par des treillis.

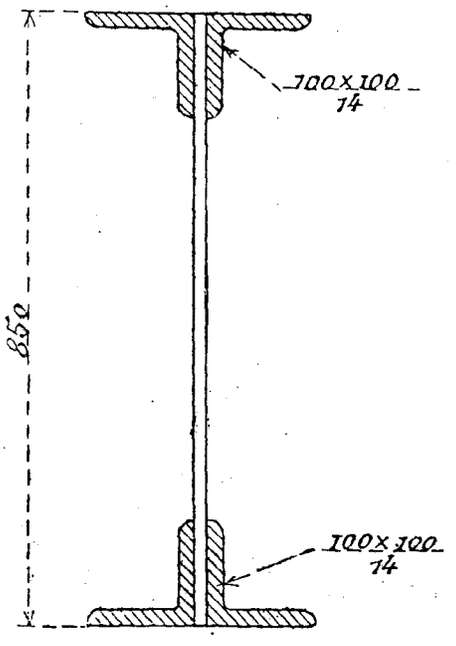


Fig. 105.

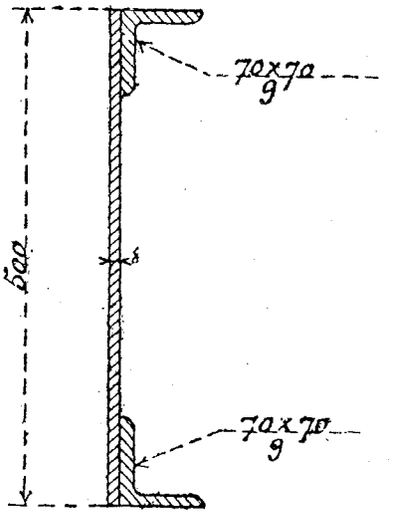


Fig. 106.

La recherche du rapport $\frac{I}{V}$ et du poids par mètre courant de poutre est plus simple encore.

Au point de jonction des colonnes 30 et 19 du tableau n° 2, nous notons la valeur

$$\frac{I}{V} = 0{,}003844$$

Quant au poids par mètre courant de poutre, la jonction des colonnes 19 et 24 nous donne $20^{kg},20$ pour une cornière et pour quatre on a

$$20{,}20 \times 4 = 80^{kg},80$$

Têtes de rivets 2 p. 0/0 — $1^{kg},61$

Total = $82^{kg},41$ par mètre courant les treillis non compris, dont le poids se déterminerait aisément par l'application de la formule, page 53.

Enfin avec ces mêmes tables, on peut en suivant la marche indiquée ci-dessus, trouver le $\frac{I}{V}$ d'une poutre en ⊔ formé par une âme et deux cornières, comme l'indique la section (fig. 106).

Étant donnée la valeur $\frac{I}{V}$ de l'une des poutres ci-dessus, on déterminerait son moment d'inertie I, en multipliant le rapport trouvé $\frac{I}{V}$ par la moitié V de la hauteur de la poutre car

$$\frac{I}{V} \times V = I.$$

Ces deux tables peuvent servir à déterminer les rapports $\frac{I}{V}$ d'au moins 2500 sections de poutres pleines dont les âmes varieraient de 5 à 12 millimètres d'épaisseur, et dont les hauteurs varieraient de $0^{m},200$ à $1^{m},200$; elles détermineraient également les valeurs $\frac{I}{V}$ de 2500 sections suivant figure 106.

Ces tables donneraient encore les $\frac{I}{V}$ de 362 sections différentes de poutres en treillis de $0^{m},200$ à $1^{m},200$ de hauteur ; c'est là un choix souvent suffisant dans les applications.

Classification des fers du Creusot

ESSAIS A LA TRACTION	N° 2		N° 3		N° 5		N° 6		N° 7	
FERS EN BARRES — Barreaux tournés de 200 millim. carrés de section et 100 millim. de longueur. / TOLES — Échantillons découpés dans des tôles de 1 mètre de large et 2m,50 de longueur, sur 10 à 12 millim. d'épaisseur dans le sens du laminage.	BARRES	TOLES	BARRES	TOLES	BARRES	TOLES	BARRES	TOLES	BARRES	TOLES
Allongement permanent au moment de la rupture.	15 0/0	6,5 0/0	18 0/0	10 0/0	25 0/0	18,20/0	29 0/0	22 0/0	34 0/0	26,50/0
Charge de rupture par millim. carré de section primitive.	37kg,8	33,2	38,0	33,7	38,6	34,8	38,75	35,6	39,2	36,7
Charge de rupture par millim. carré de section rompue.	55kg,5	35,6	60,3	37,6	73,6	43,0	83,5	48,0	112,0	55,0
Striction, ou rapport de la section rompue à la section primitive.	0,680	0,940	0,63	0,895	0,524	0,808	0,462	0,740	0,35	0,665

Nous terminons cet ouvrage en donnant ci-après un modèle de métré pour ponts métalliques. Ce métré se rapporte au pont de 8 mètres d'ouverture pour voie ferrée.

TABLIER MÉTALLIQUE A POUTRES JUMELÉES

POUR PONT DE 8 MÈTRES D'OUVERTURE

Type Compagnie du Midi

MÉTRÉ DE L'OUVRAGE

DÉSIGNATION DES PIÈCES	Nombre de parties semblables pour 1 voie	Nombre de parties semblables pour 2 voies	Longueurs	Poids par mètre courant	POIDS pour 1 voie	POIDS pour 2 voies	POIDS TOTAUX pour 1 voie	POIDS TOTAUX pour 2 voies
Fer								
POUTRES								
Ame en tôle de 800 × 9.....	2	4	9m,260	56k,016	1037k,416	2074k,832		
Cornière de $\frac{90 \times 90}{10}$	8	16	»	13,170	975,634	1951,268		
Semelle de 400 × 9.....	2	4	»	28,008	518,708	1037,416		
Semelle de 300 × 9.....	2	4	»	21,006	389,031	778,062		
Semelle de 300 × 11.....	2	4	»	25,674	475,483	950,966		
Semelle de 300 × 10.....	2	4	5,080	23,340	237,134	474,268		
Semelle d'appui de 300 × 10.	4	8	0,570	»	52,215	106,430		
Arrêt de 160 × 10.....	2	8	0,300	12,448	7,469	14,938		
							3694k,090	7388k,180
ENTRETOISES COMPOSÉES SOUS PLATELAGE MÉTALLIQUE								
Cornière horizontale de $\frac{60 \times 60}{7}$	20	40	1,350	6,140	165,780	331,560		

Cornière montant de $\frac{70 \times 70}{7\ 1/4}$	20	40	0,780	7,250	113,100	226,200		
Fer plat de 60 × 7.....	20	40	0,880	3,2676	57,509	115,018		
Fer plat de 60 × 7.....	5	10	0,794	»	12,972	25,944		
Fourrure de 150 × 10.....	10	20	0,620	11 ,670	72,354	144,708		
Gousset de 210 × 7.....	20	40	0 287	11,4366	65,646	131,292		
Rondelle	10	2.	l' pièce	0,015	1,150	2,300		
ENTRETOISES EN FER A T, SOUS PLATELAGE MÉTALLIQUE								
Fer à T de $\frac{100 \times 115}{11 \times 12}$	18	18	1m,406	19k,000	480k,852	480k,852		
— dº — dº.....	4	8	1,490	»	113,240	226,480		
— dº — dº.....	0	9	1,879	»	»	321,309		
Fer à T montant de $\frac{130 \times 70}{9 \times 9}$	10	20	0,780	15,000	117,000	234,000		
Gousset attache de 200 × 7..	20	40	0,172	10,892	37,468	74,936		
Fourrure de 140 × 10.	10	20	0,620	10,892	67,530	135,060		
Équerre de 150 × 7.....	32	64	0,195	9,336	58,256	116,512		
— dº — de 100 × 10.....	36	36	0,245	7,780	68,619	68,619		
Fourrure de 180 × 10.....	16	32	0,080	14,004	17,925	35,850		
— dº — de 280 × 9.....	18	18	0,040	19,605	14,116	14,116		
							975,006	1707,734
					A. Reporter..... ...		5157k,607	10072k,936

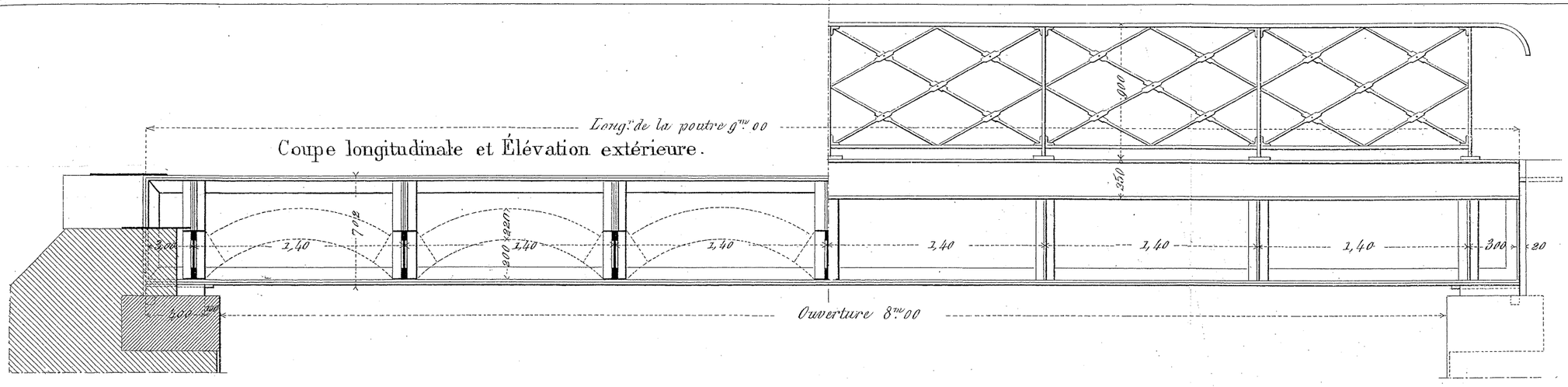
DÉSIGNATION DES PIÈCES	Nombre de parties semblables pour 1 voie	Nombre de parties semblables pour 2 voies	Longueurs	Poids par mètre courant	POIDS pour 1 voie	POIDS pour 2 voies	POIDS TOTAUX pour 1 voie	POIDS TOTAUX pour 2 voies
				REPORT.....			5157k,607	10072k,936
POUTRES DE RIVE								
Ame en tôle de 280 × 9.....	2	2	9m,260	19k,605	363k,085	363k,085		
Cornière de $\frac{60 \times 60}{9}$	8	8	»	7,900	585,232	585,232		
Tôle d'appui de 130 × 8.....	4	4	0,400	8,091	12,946	12,946		
Cornière horizontale de $\frac{55 \times 55}{6\ 1/4}$	2	2	8,000	5,000	80,000	80,000		
							1041,263	1041,263
PLATELAGE MÉTALLIQUE								
Tôle striée de 6m/m d'épaisseur totale, stries comprises....	Ensemble	1 v.	37m2,0978	38,900 le mètre carré	1443,104	2540,713		
		2 v.	63m2,3139					
							1443,104	2540,713
FERRURES ATTACHES DES TRAVERSES								
Étrier...	38	76	la pièce	3,519	133,722	265,444		
Plat de 60 × 15...	38	76	0m,300	7,002	79,823	159,646		
Écrou de boulon de 20 m/m de diamètre.....	76	152	la pièce	0,112	8,51	17,024		

Fer plat raidissant le platelage de 150 × 8.....	2	4	8,360	9,336	156,098	312,196	378,155	756,310
GARDE-CORPS								
Lisse supérieure de 45 × 24.	2	2	9,160	6,550	119,996	119,996		
» inférieure de 40 × 10 .	2	2	9,640	3,112	59,999	59,999		
Montant en fer plat de 40 × 15	18	18	0,956	4,668	80,329	80,329		
Patin de montant de 120 × 20	18	18	0,129	18,672	43,356	43,356		
Croisillon en fer plat de 40 × 7	32	32	1,586	2,178	110,558	110,558		
Bouton d'attache de 18 m/m...	72	72	0,155	1,9794	22,086	22,086	436,324	436,324
RIVETS								
Tête de rivet de 20 m/m de diam.	2144	4288	la pièce	0,070	150,080	300,160		
» de 18 m/m »	2170	3172	»	0,050	108,500	158,600		
» de 12 m/m »	3056	5208	»	0,016	48,896	83,328	307,476	542,088
						TOTAL DU FER.....	8763k,929	15389k,634
Fonte								
Plaque d'appui en fonte....	4	8	la pièce	69,500	278,000	556,000	278,000	556,000
						Total général du tablier.....	9041k,929	15945k,634

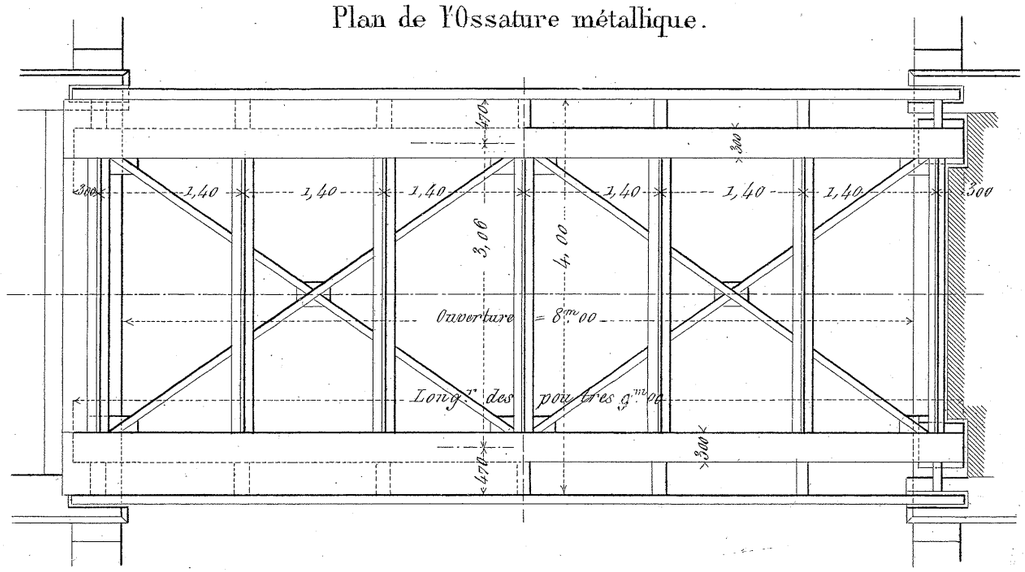
ANGERS, IMPRIMERIE A. BURDIN ET Cie, RUE GARNIER, 4.

PROJET D'UN PONT MÉTALLIQUE DROIT DE 8M 00 D'OUVERTURE POUR UNE ROUTE DE 4M DE LARGEUR.

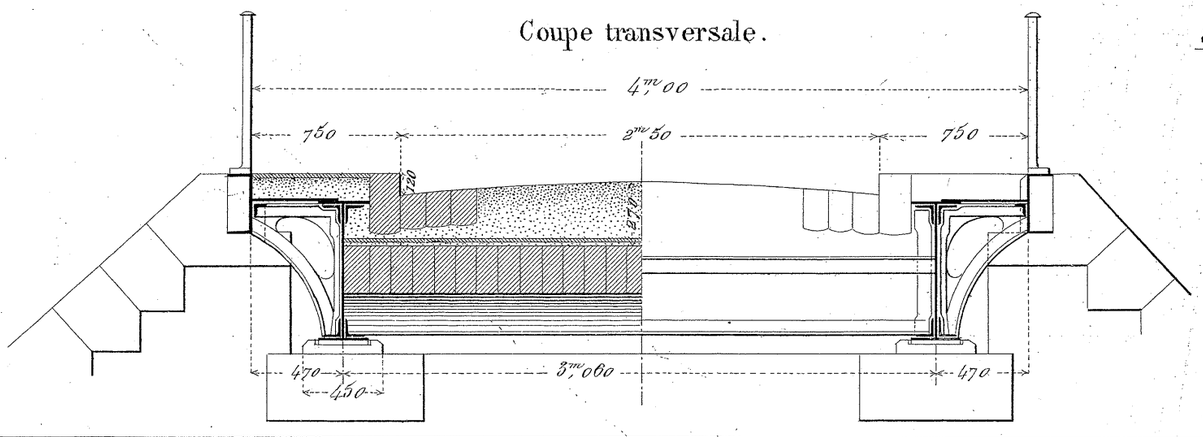
Coupe longitudinale et Élévation extérieure.



Plan de l'Ossature métallique.

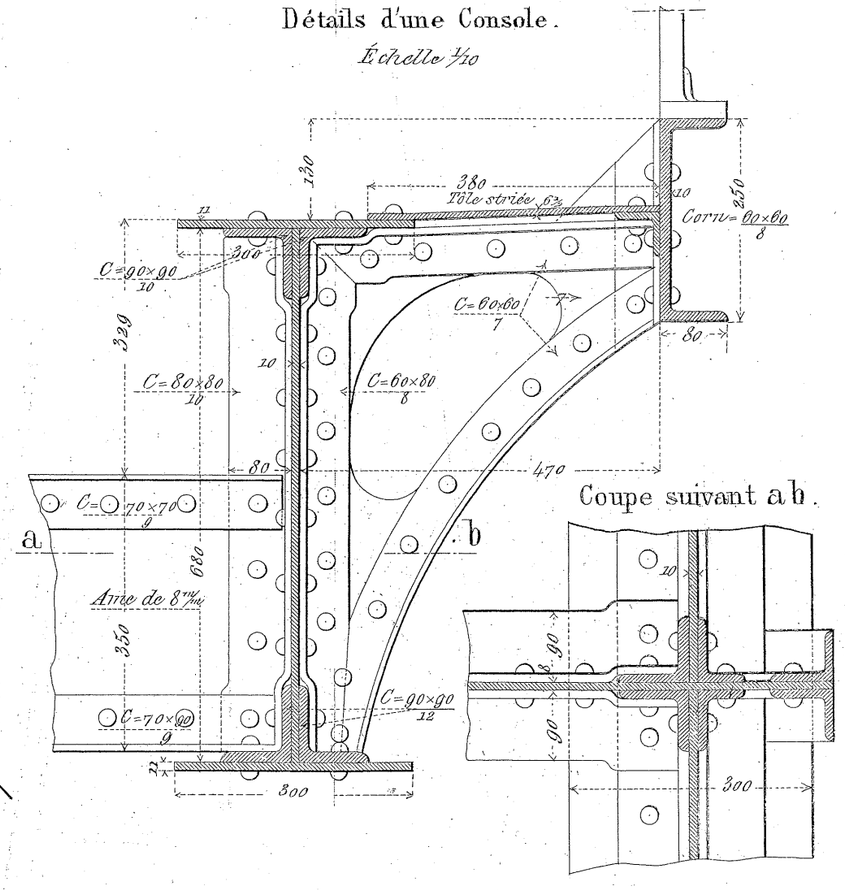


Coupe transversale.



Détails d'une Console.

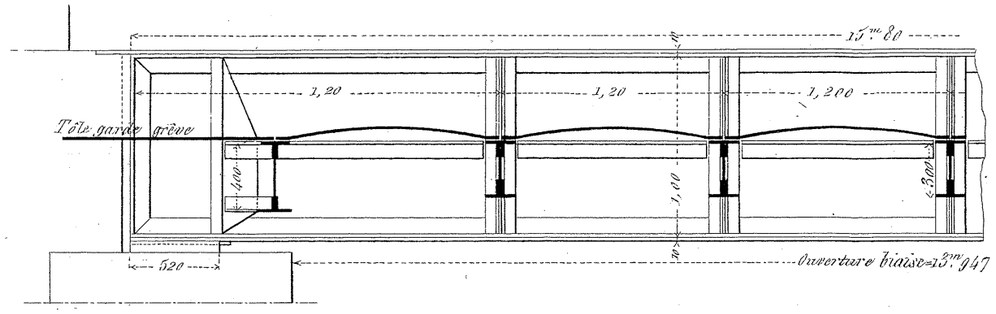
Échelle 1/10



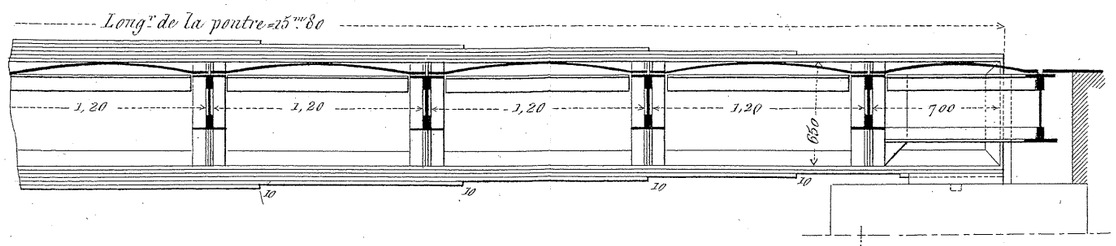
Coupe suivant a b.

Etabl.t et imp.rie de Baudry & Cie à Liège.

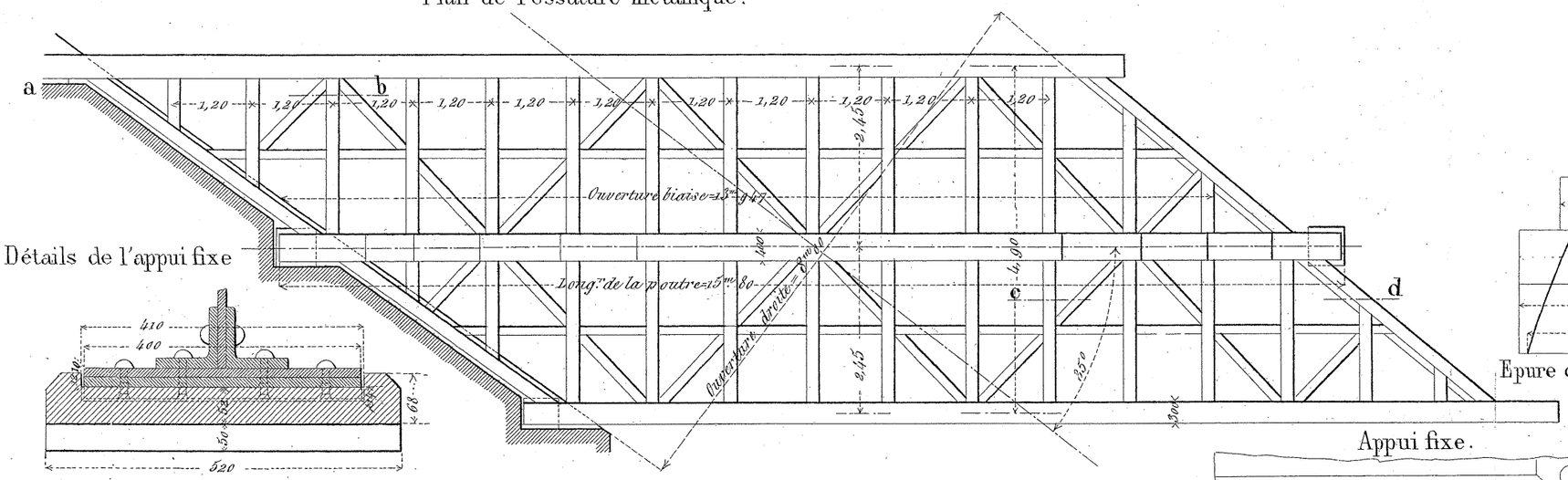
PROJET D'UN PONT MÉTALLIQUE BIAIS A 35° DE 8M 00 D'OUVRE DROITE, POUR UNE ROUTE DE 5M DE LARGEUR.

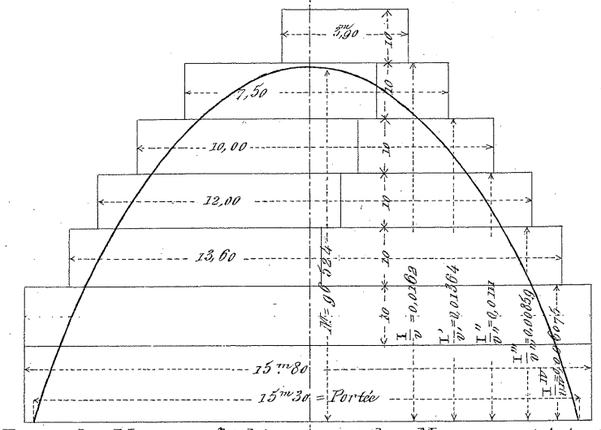


Coupes longitudinales suivant a b - c d.



Plan de l'Ossature métallique.



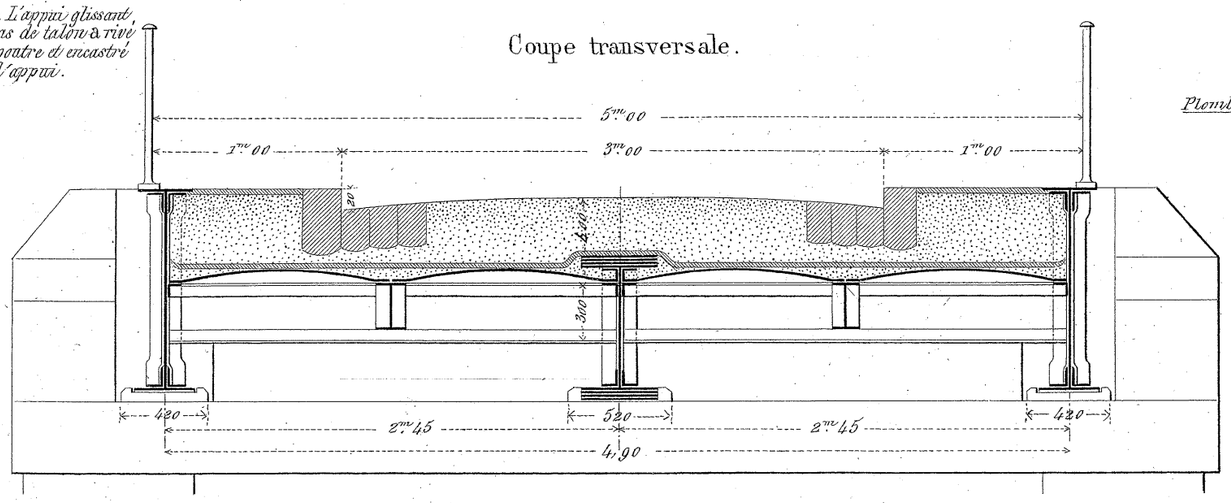


Epure des Moments fléchissants et des Moments résistants.

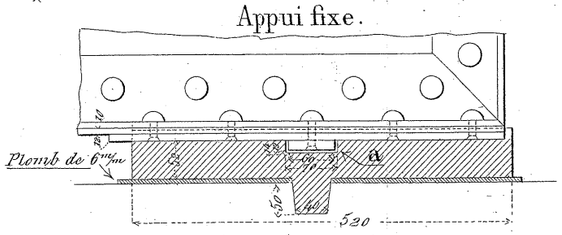
Détails de l'appui fixe

Nota. L'appui glissant n'a pas de talon a rivé sur la poutre et encastré dans l'appui.

Coupe transversale.



Appui fixe.

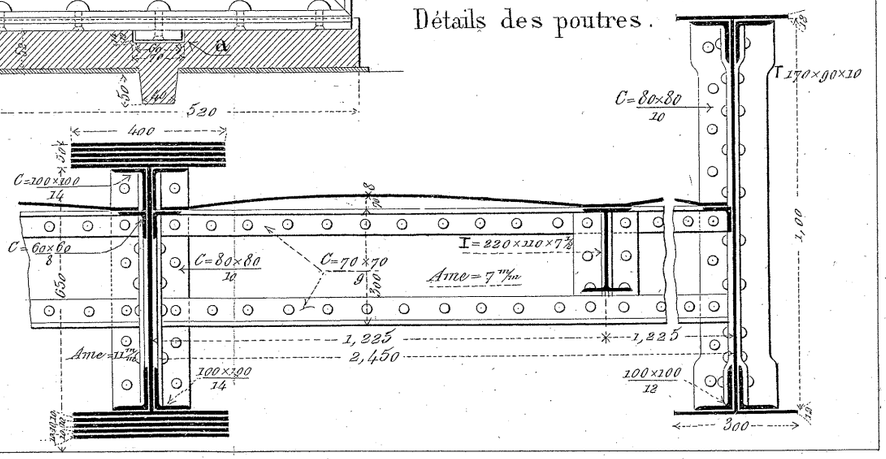


Echelles

Ordonnées — 1 Millimètre pour 2000 km

Abcisses — 5 Millimètres pr 1 mètre

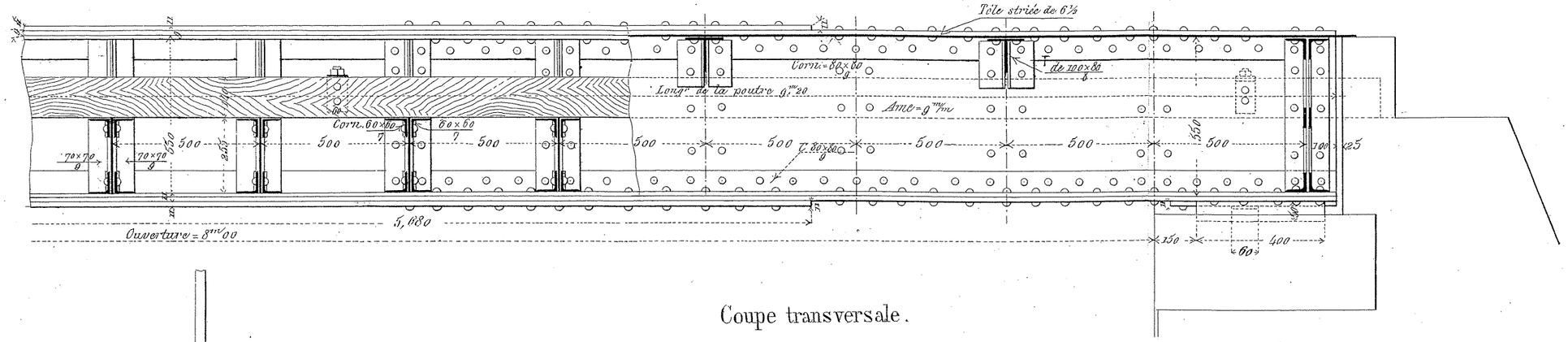
Détails des poutres.



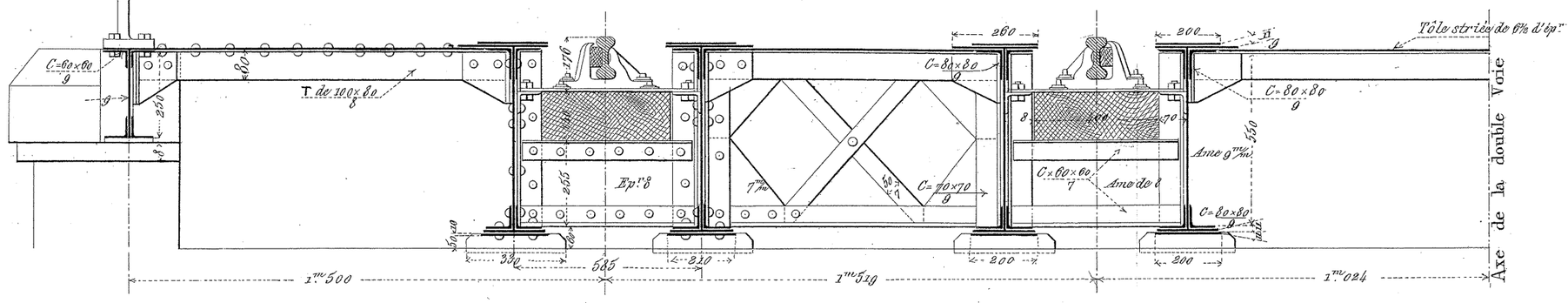
Etabl.t Edm.d de Bauduy & Cie à Liége.

TABLIER MÉTALLIQUE A POUTRES JUMELÉES POUR PONT DE 8M 00 D'OUVRE

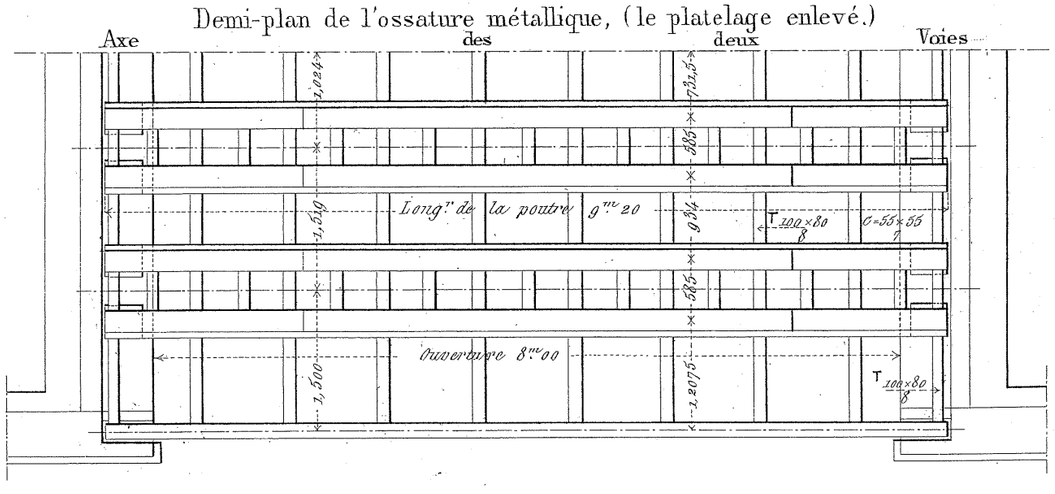
Coupe suivant l'axe de la longrine. Echelle 1/20 Coupe suivant l'axe de la Voie.



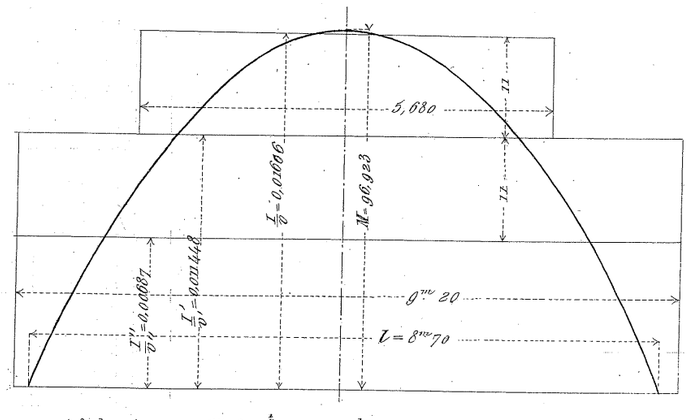
Coupe transversale.



Demi-plan de l'ossature métallique, (le platelage enlevé.)



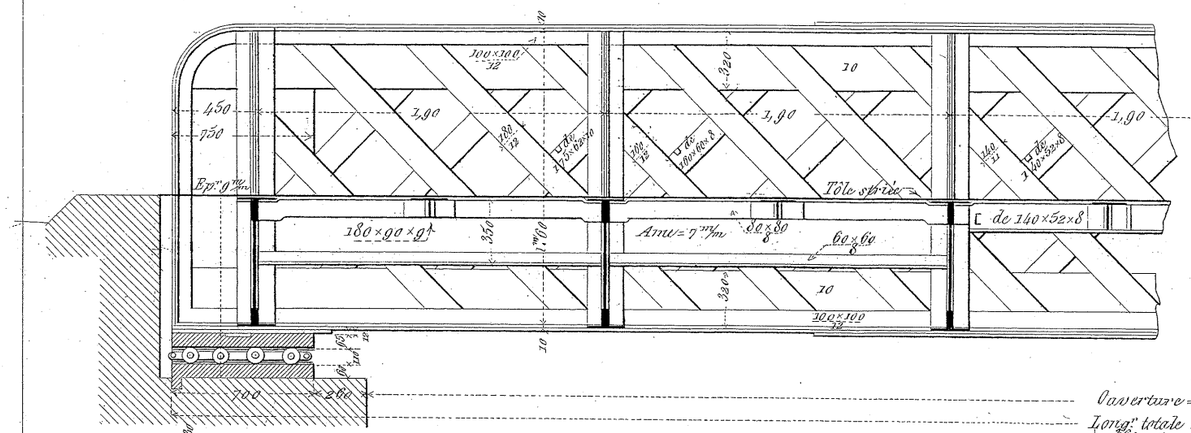
Epure de flexion.



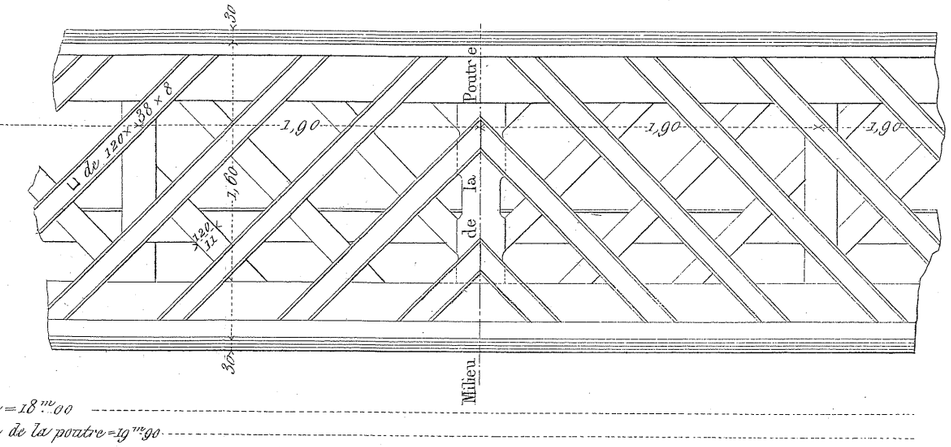
Echelles { Ordonnées — 1 millimètre pour 2000 kg. / Abcisses — 10 millimètres pr 1 mètre

Etabli et imprimé de Baudry & Cie à Liège.

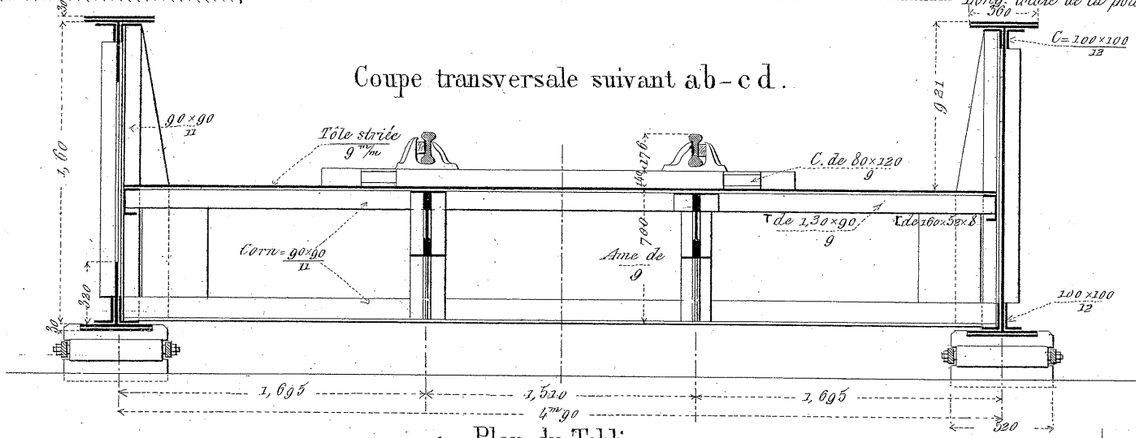
Coupe longitudinale suivant ef-gh. *Échelle 1/40*



Élévation extérieure du Milieu de la Poutre.

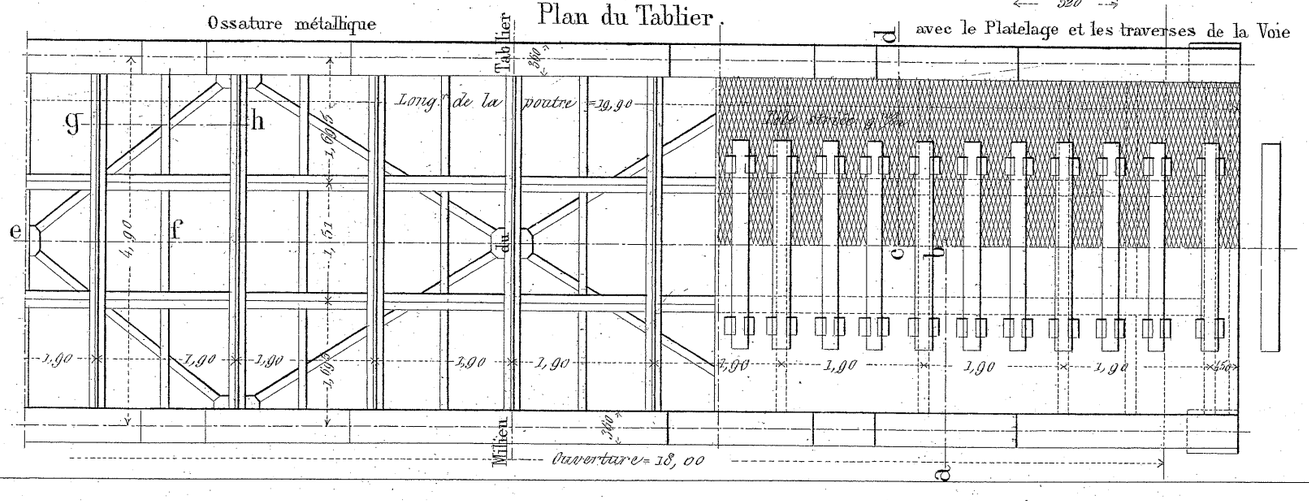


Coupe transversale suivant ab-cd.

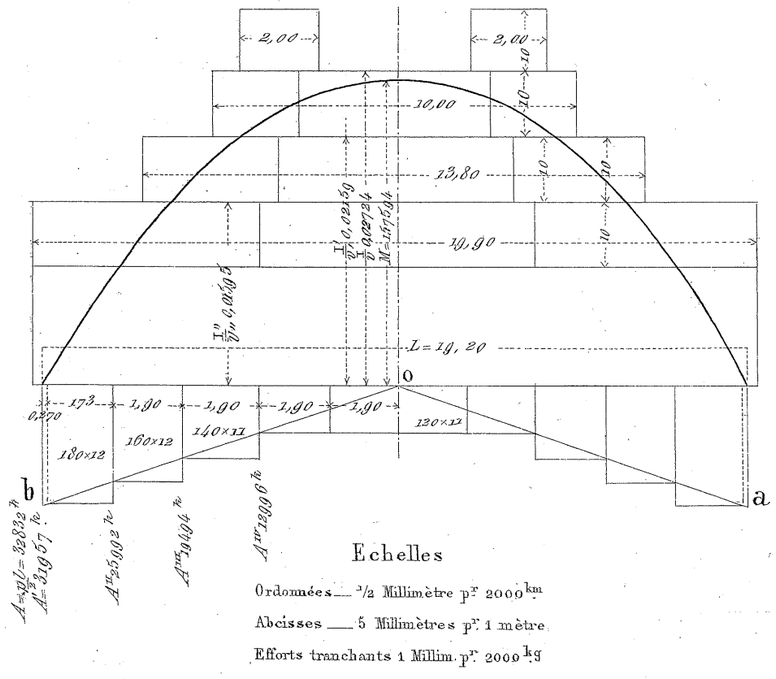


Ossature métallique avec le Platelage et les traverses de la Voie

Plan du Tablier.



Epure de flexion.



Echelles

Ordonnées ___ 1/2 Millimètre pr. 2000 km

Abcisses ___ 5 Millimètres pr. 1 mètre

Efforts tranchants 1 Millim. pr. 2000 kg

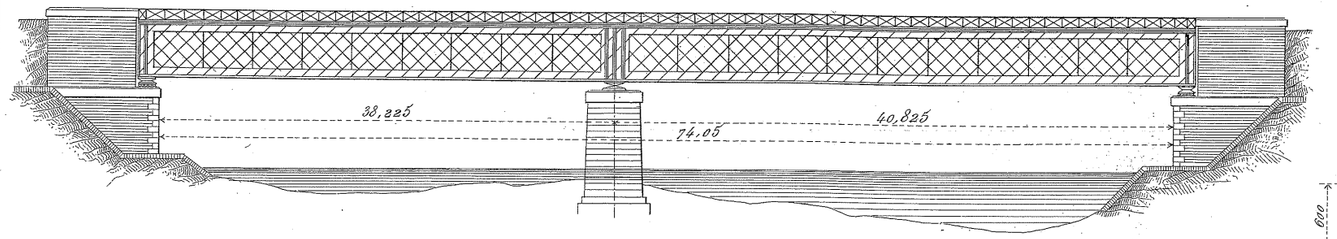
Etabt.t d'imp.rie de Baudry & Cie à Liège.

PONT DE 74ᴹ50 D'OUVERTURE PORTANT DEUX VOIES FERRÉES.

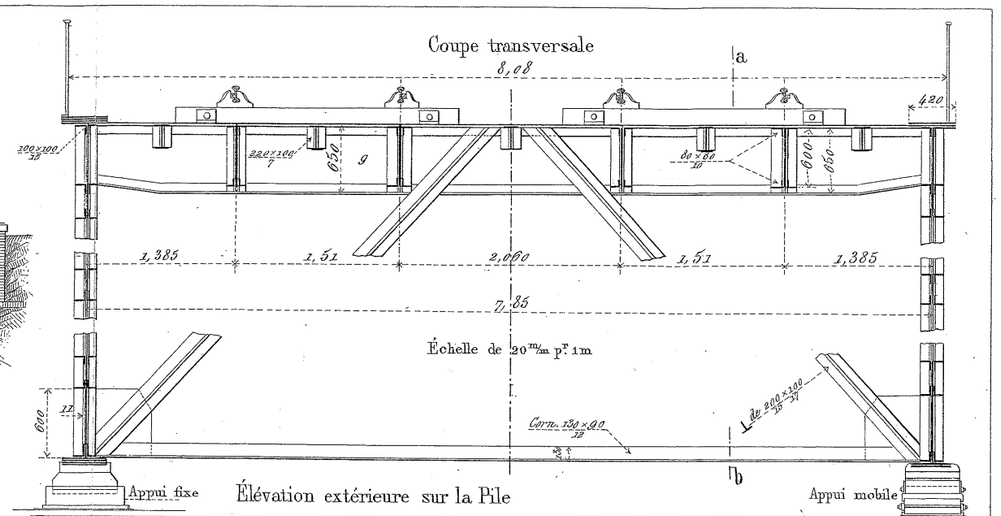
PL. 5.

Élévation de l'ouvrage complet.

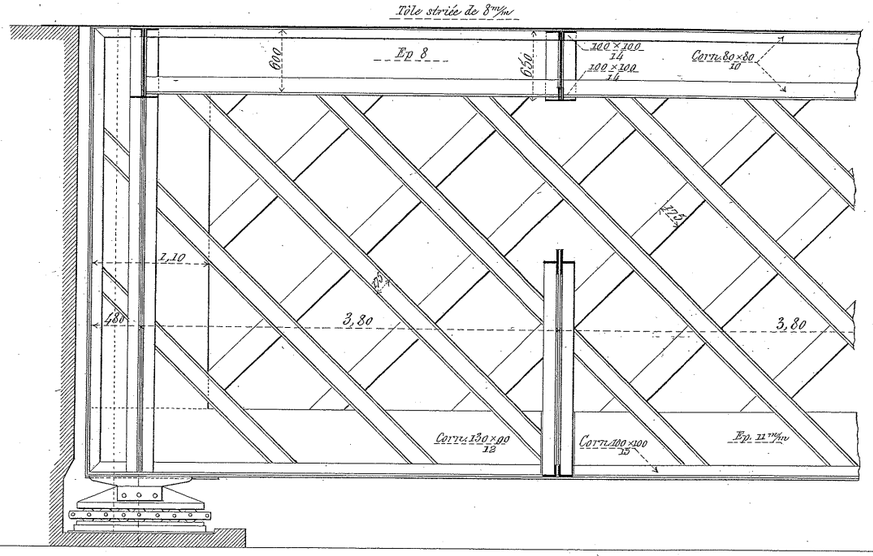
Echelle $\frac{1}{400}$



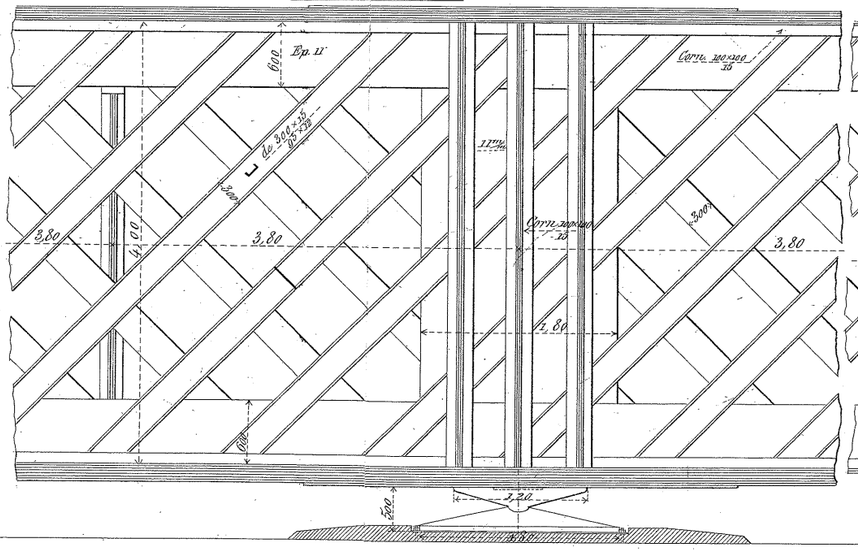
Coupe transversale



Coupe longitudinale suivant a b.

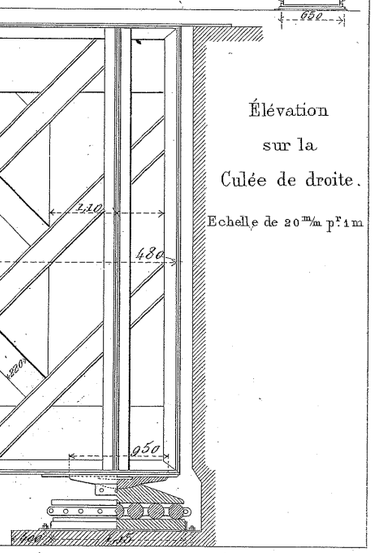


Élévation extérieure sur la Pile



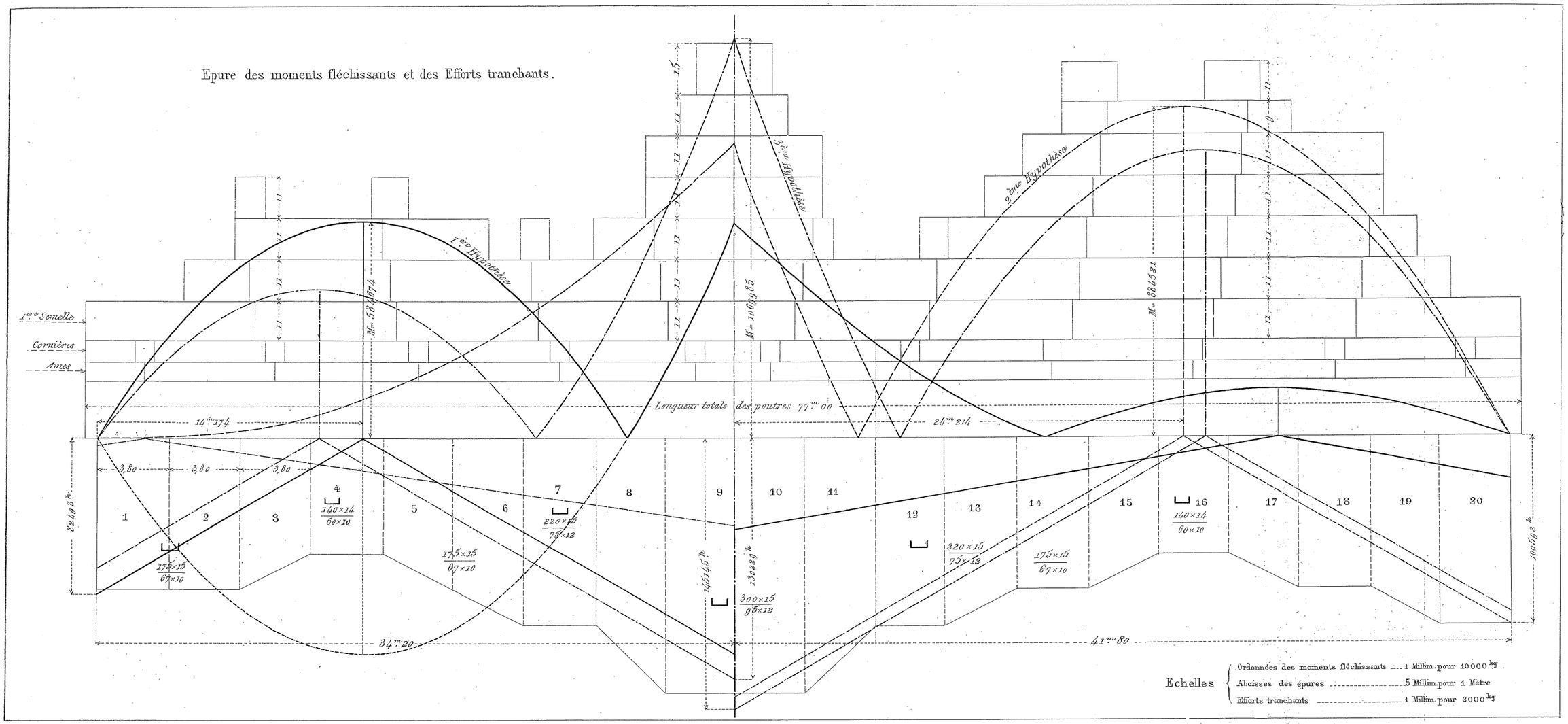
Élévation sur la Culée de droite.

Echelle de 20ᵐ/ᵐ pʳ 1m



Etabl.ts imp.ries de Baudry & Cie à Liége.

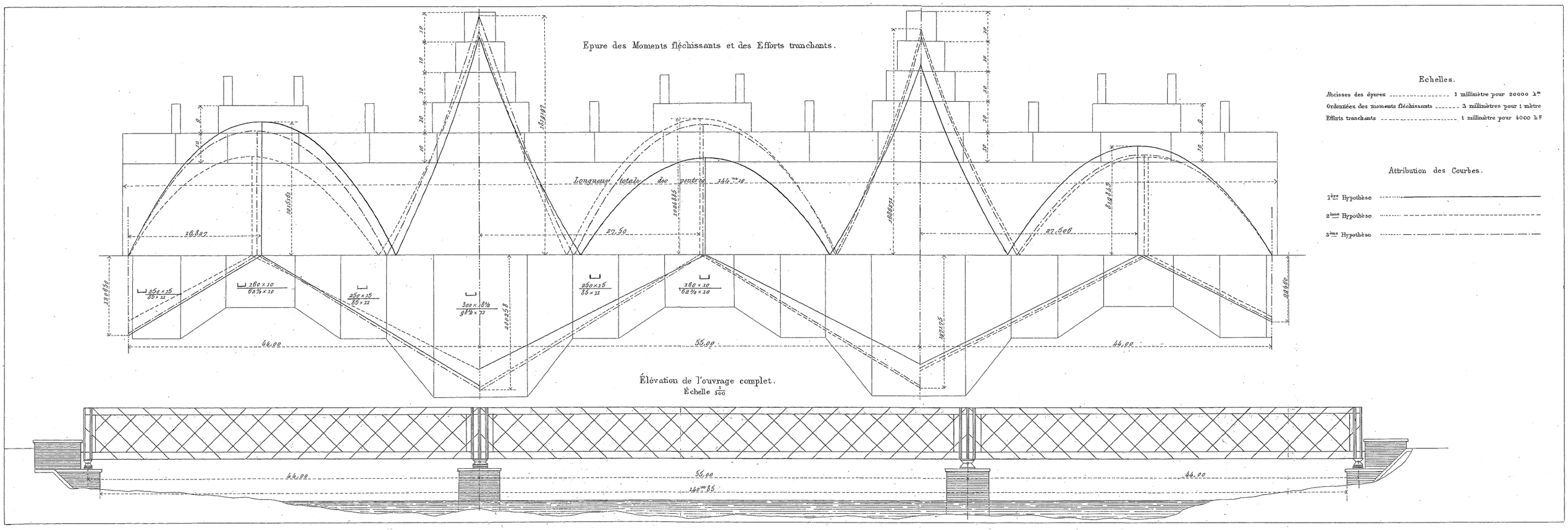
PONT DE 74M05 D'OUVERTURE PORTANT DEUX VOIES FERRÉES.



Établ.t et imp.rie de Baudry & Cie à Liége

PONT DE 140M85 D'OUVERTURE POUR ROUTE DE 5M DE LARGEUR.

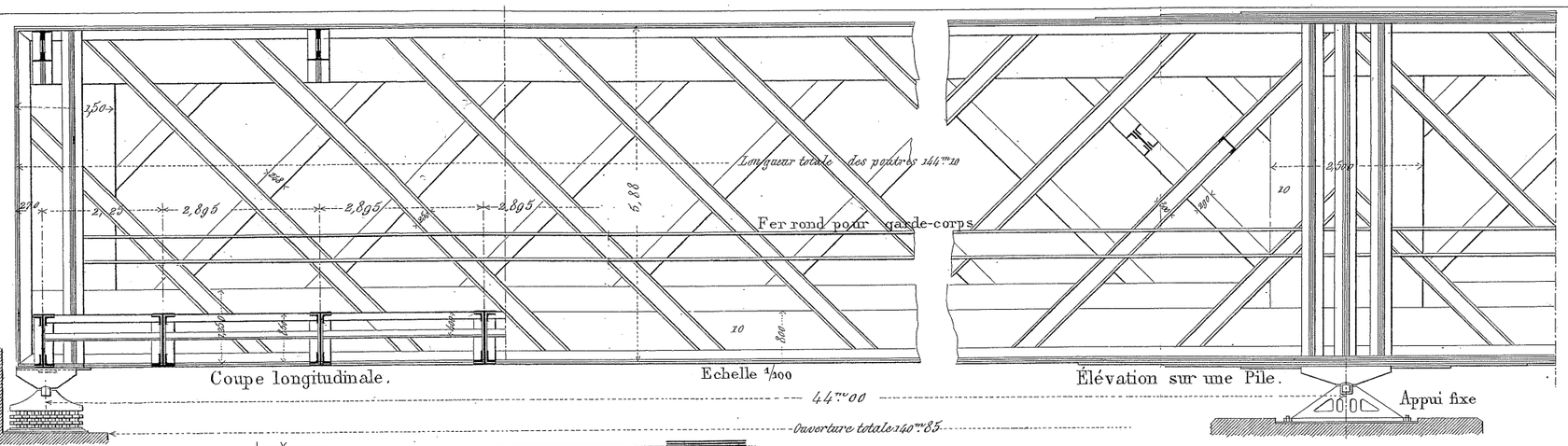
PL. 7.

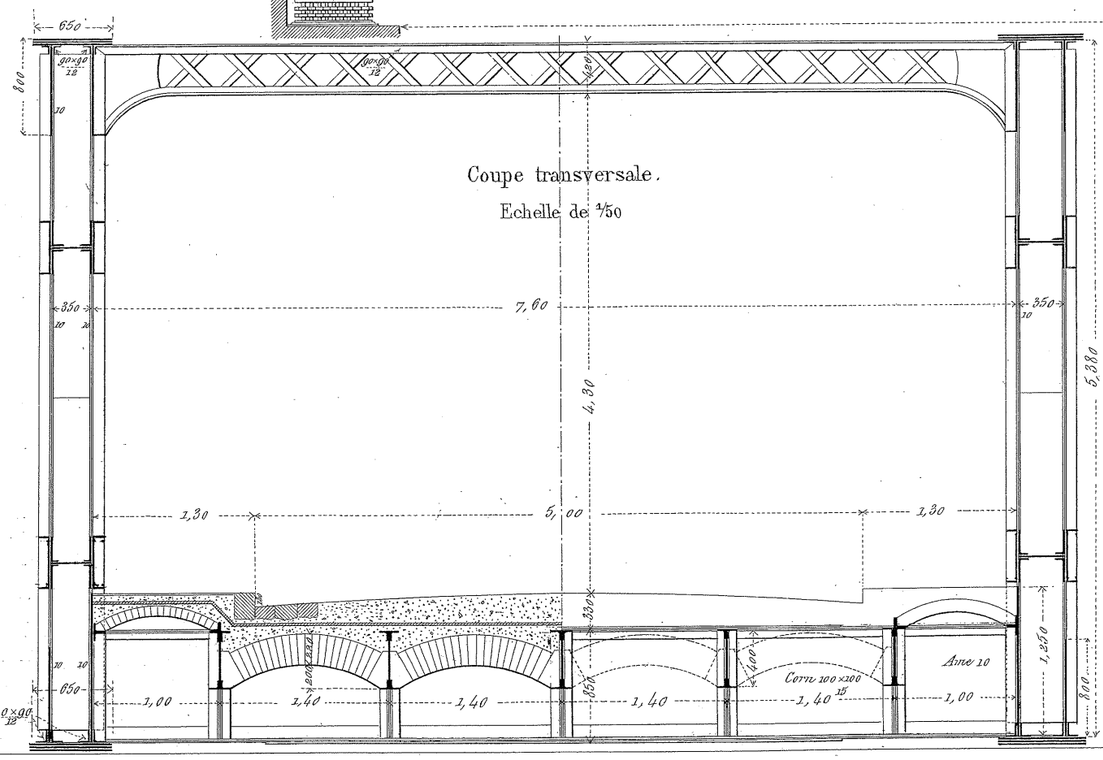


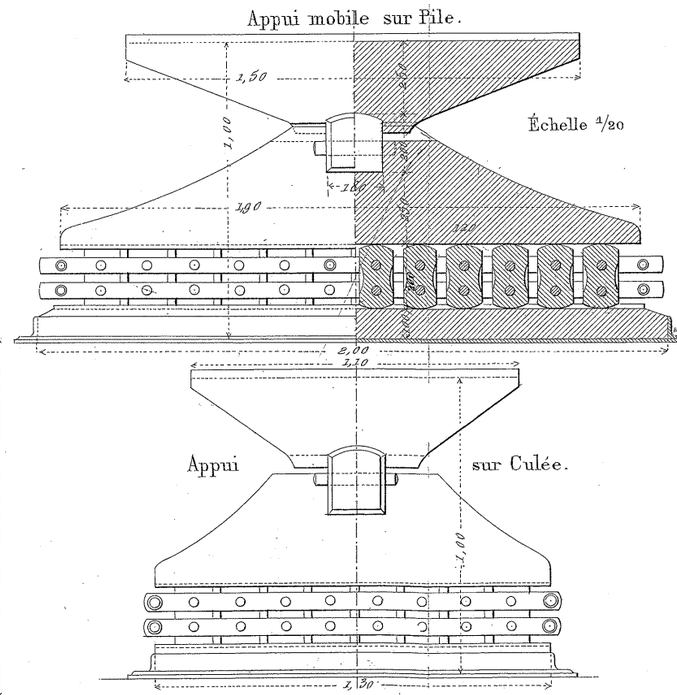
Établie imprie de Baudry & Cie à Liège.

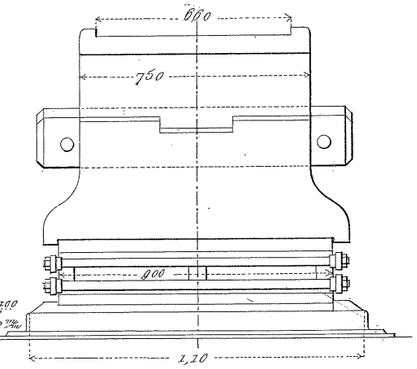
PONT DE 140M85 D'OUVERTURE POUR ROUTE DE 5M00 DE LARGEUR.

PL. 8.







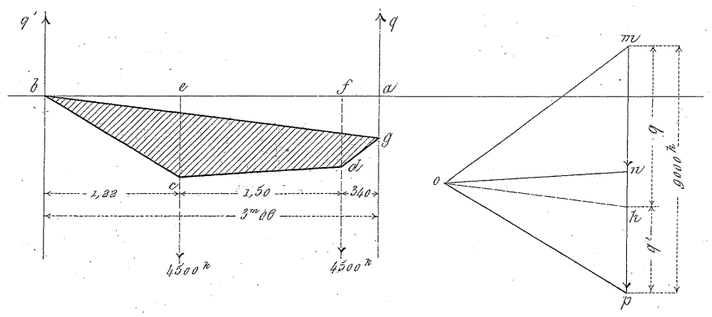


Établie à l'imprie de Bonfoy & Cie à Liège.

POUTRE DE 3ᵐ06 DE PORTÉE SOUMISE A DEUX CHARGES DE 4500ᵏᵍ.

Epure déterminant les réactions sur les appuis.

Fig. 1.



Échelles.

Unité ..... le Centimètre

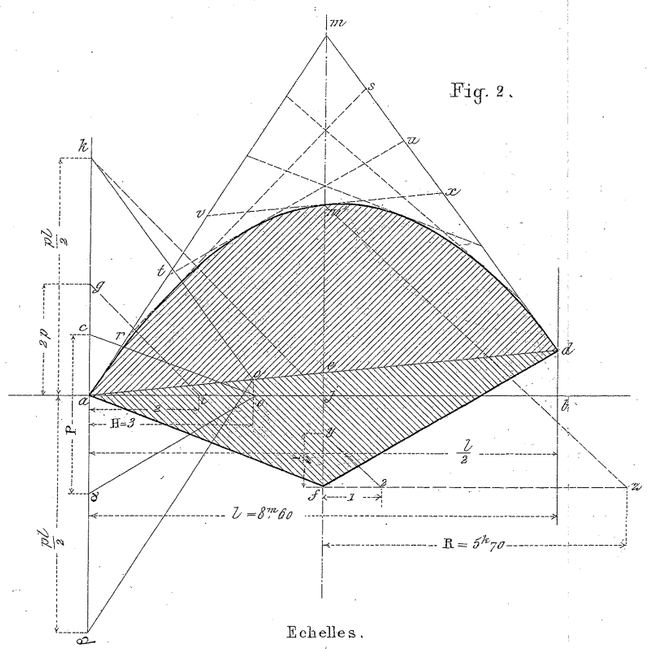
Portée ..... $\frac{2}{1}$

Charges ..... $\frac{1}{2000}$

POUTRE DE 8ᵐ60 DE PORTÉE SOUMISE A UNE CHARGE DE 5792ᵏ PLACÉE EN SON MILIEU ET A UNE CHARGE UNIFORMÉMENT REPARTIE DE 2083ᵏᵍ PAR MÈTRE COURANT.

Epure des moments fléchissants et du travail du métal.

Fig. 2.



Echelles.

Unité ..... le Centimètre

Portée ..... $\frac{1}{1}$

Charges ..... $\frac{1}{2000}$

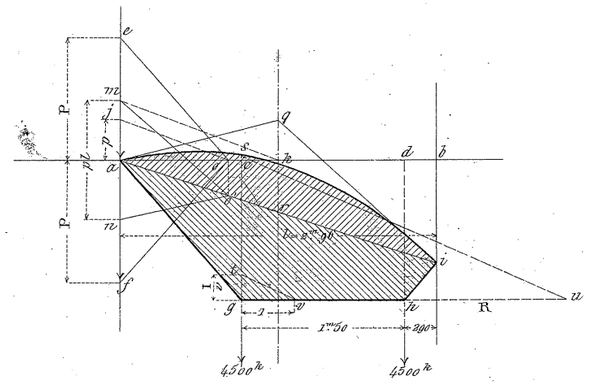
Hauteurs polaires ... $\frac{3}{1}$

Moments ... $\frac{\frac{1}{1}\times\frac{1}{2000}}{\frac{3}{1}} = \frac{1}{6000}$

$\frac{I}{v} = 0{,}0054989$

POUTRE DE 2ᵐ96 DE PORTÉE SOUMISE A DEUX CHARGES DE 4500ᵏᵍ CHACUNE ET A UNE CHARGE UNIFORMÉMENT RÉPARTIE DE 1510ᵏᵍ PAR MÈTRE COURANT.

Fig. 3.



Echelles

Unité ..... le Centimètre

Portée ..... $\frac{2}{1}$

Charges ..... $\frac{1}{2000}$

Hauteurs polaires ... $\frac{2}{1}$

Moments ... $\frac{\frac{2}{1}\times\frac{1}{2000}}{\frac{2}{1}} = \frac{1}{2000}$

$\frac{I}{v} = 0{,}00089$

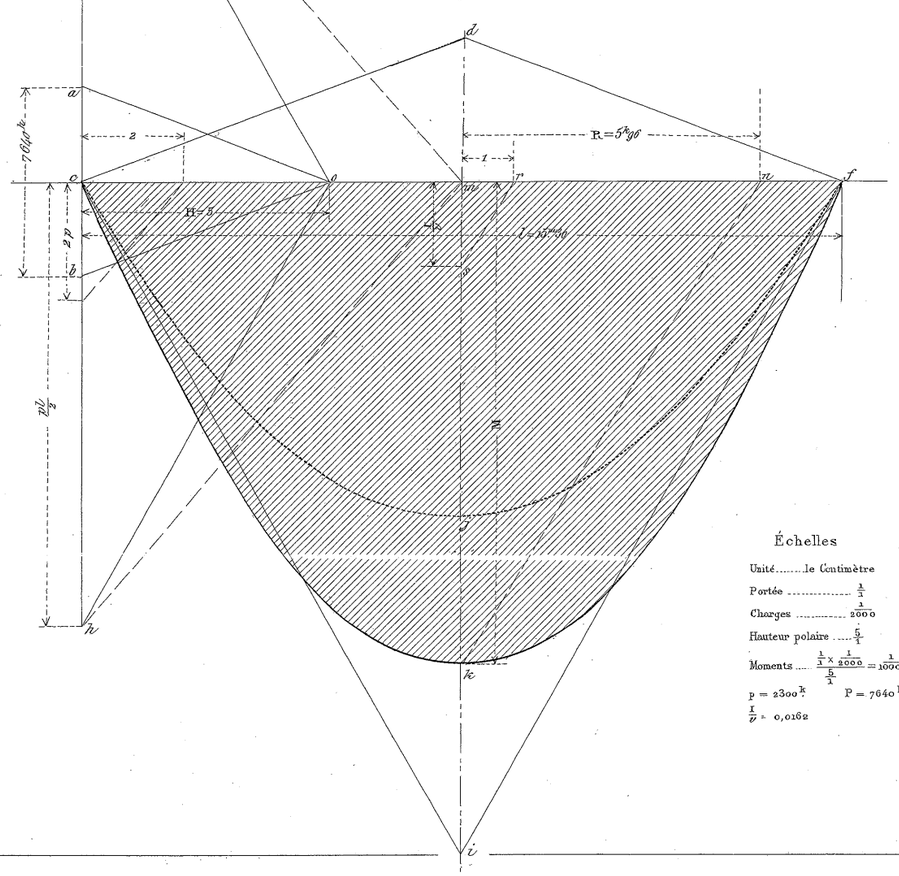
Lithographie imp^ie de Baudry & Cie à Liège

PROJET D'UN PONT MÉTALLIQUE BIAIS A 35° DE 8M00 D'OUVRE DROITE POUR ROUTE DE 5M00 DE LARGEUR.

PL. 10.

Calcul des grandes poutres.

Fig. 2.



Échelles

Unité ..... le Centimètre

Portée ..... $\frac{1}{1}$

Charges ..... $\frac{1}{2000}$

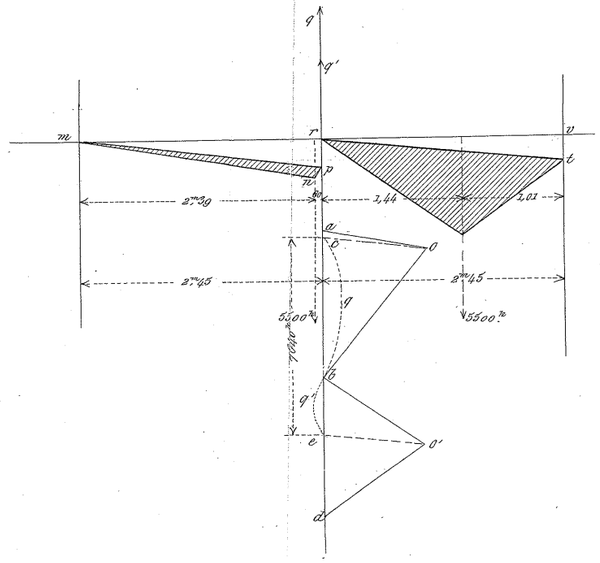
Hauteur polaire ..... $\frac{5}{1}$

Moments ..... $\frac{1}{1} \times \frac{1}{2000} = \frac{1}{10000}$

$p = 2300^k$ $P = 7640^k$

$\frac{I}{v} = 0,0162$

Fig. 1.



Echelles

Unité ..... le Centimètre

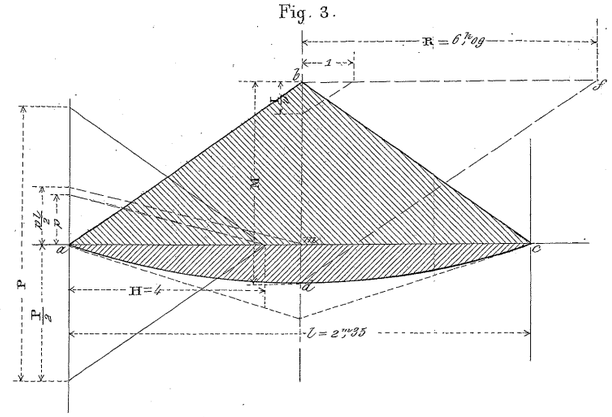
Portées ..... $\frac{2}{1}$

Charges ..... $\frac{1}{2000}$

Hauteurs polaires $\frac{2}{1}$

Calcul des entretoises.

Fig. 3.



Echelles

Unité ..... le Centimètre

Portée ..... $\frac{4}{1}$

Charges ..... $\frac{1}{1000}$

Hauteur polaire = $\frac{4}{1}$

Moments ... $= \frac{\frac{4}{1} \times \frac{1}{1000}}{\frac{4}{1}} = 1000$

$p = 1000^k$ $P = 5500^k$

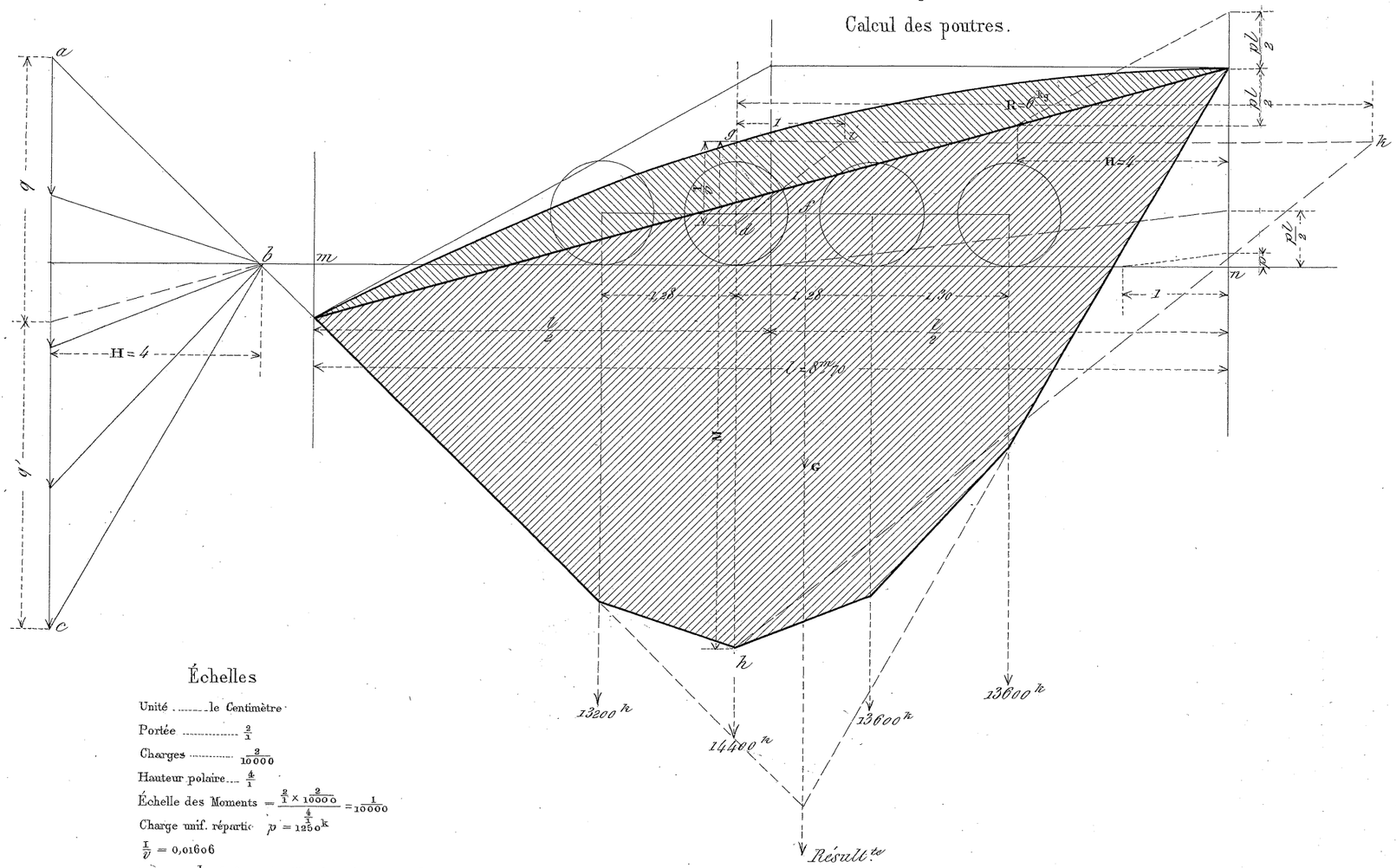
$\frac{I}{v} = 0,000644$

Etablt et imprie de Baudry & Cie à Liége.

TABLIER MÉTALLIQUE A POUTRES JUMELÉES POUR UN PONT DE 8ᵐ 00 D'OUVᵗᵉ

Fig. 1.

Calcul des poutres.



Échelles

Unité ..... le Centimètre

Portée ..... $\frac{2}{1}$

Charges ..... $\frac{2}{10000}$

Hauteur polaire ... $\frac{4}{1}$

Échelle des Moments $= \frac{\frac{2}{1} \times \frac{2}{10000}}{\frac{4}{1}} = \frac{1}{10000}$

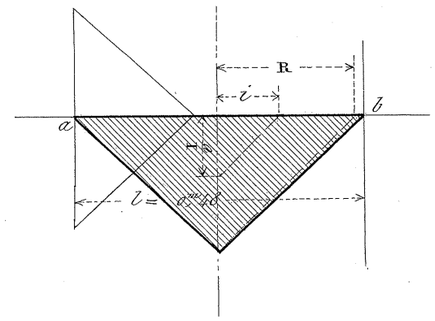
Charge unif. répartie $p = 1250^{k}$

$\frac{1}{v} = 0{,}01606$

1000,000 $\frac{1}{v} = 16060$ soit $1^{cm}606$ à l'échelle $\frac{1}{10000}$

Fig. 2.

Calcul des entretoises sous rails.



Échelles

Unité ..... le Centimètre

Portée ..... $\frac{10}{1}$

Charge ..... $\frac{1}{2000}$

Hauteur polaire = $\frac{2}{1}$

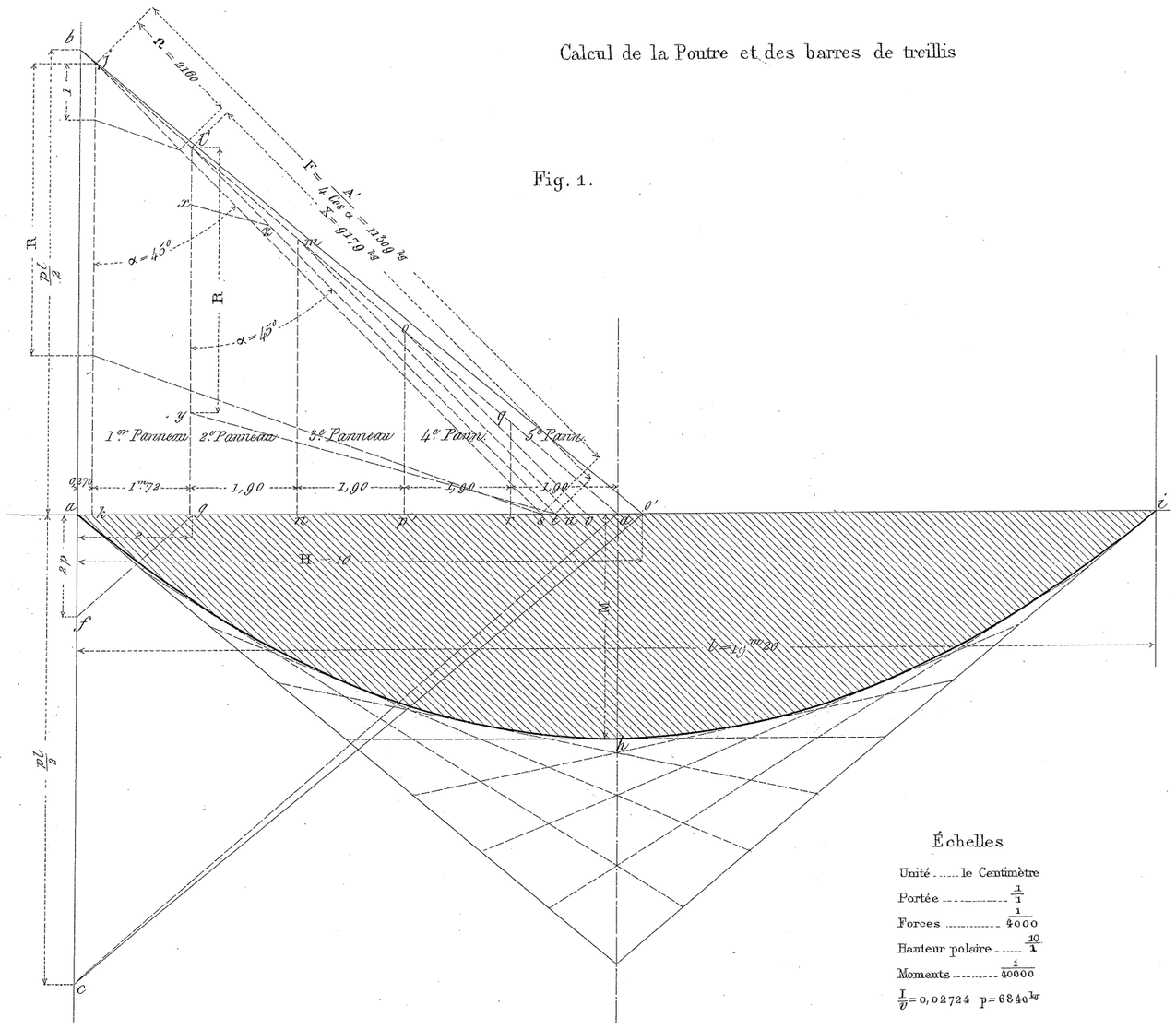
Moments = $\frac{\frac{10}{1} \times \frac{1}{2000}}{\frac{2}{1}} = \frac{1}{400}$

Charge $P = 7200^{k}$

$\frac{1}{v} = 0{,}000395$

Calcul de la Poutre et des barres de treillis

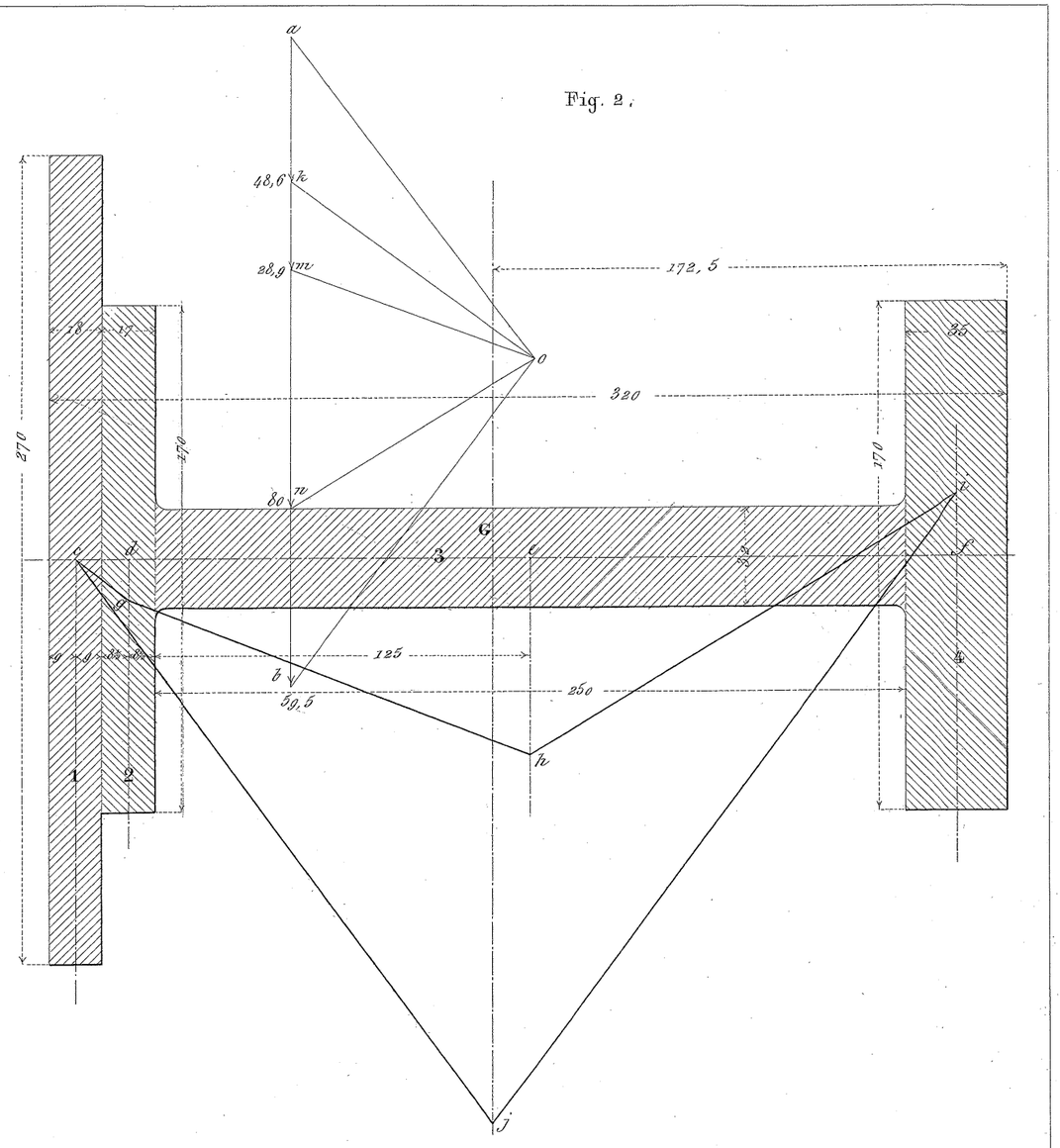
Fig. 1.



Échelles

Unité ..... le Centimètre
Portée ..... $\frac{1}{1}$
Forces ..... $\frac{1}{4000}$
Hauteur polaire ..... $\frac{10}{1}$
Moments ..... $\frac{1}{40000}$
$\frac{I}{v} = 0,02724$ $p = 6840^{kg}$

Fig. 2.



Établissement typographique de Baudry & Cie à Liége.